



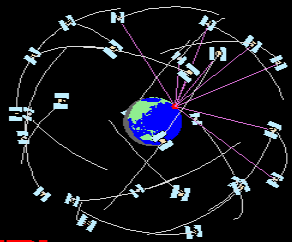
دانشگاه مستنیر خواجه نصیر الدین طوسی

بنام خدا جلسه دهم

مدل های ریاضی تعیین موقعیت
و
آنالیز اولیه برای تعیین موقعیت
در
ژئودزی ماهواره ای



Global Positioning Systems



JPL

L. Romans

مدل های ریاضی تعیین موقعیت در ژئودزی ماهواره ای

در جلسه قبل با مدل های ریاضی مورد استفاده در تعیین موقعیت مطلق و نسبی در سیستم GPS آشنا شدیم. در آن جلسه دیدیم که چگونه می توان اثر منابع مختلف بایاس در این سیستم را به کمک ترکیب مشاهدات فاز و کد در تعیین موقعیت نسبی کاهش داد. علاوه بر این، دیدیم که تعیین موقعیت مطلق به کمک این مشاهدات مستلزم مدل کردن اثر برخی منابع بایاس نظیر تغییرات مرکز فاز آنتن و شکست امواج الکترومغناطیس در جو زمین است. از آنجا که مدل های ریاضی مورد استفاده برای این منظور شرایط واقعی اندازه گیری را تقریب می زنند، با استفاده از این مدل ها هیچگاه نمی توان اثر منابع مختلف بایاس را کاملاً از بین برد. بدین لحاظ **تعیین موقعیت مطلق پیچیده تر از تعیین موقعیت نسبی است**. به عنوان مثال مدل یونسفری که ضرایب آن از طریق پیغام ناوبری به کاربران این سیستم مخابره می شود - موسوم به مدل Klobuchar - تنها قادر است تا 50% از بایاس ناشی از شکست امواج در لایه یونسفر را از مشاهدات تک فرکانسه برطرف نماید.

◀ معادلات مشاهداتی را که در جلسه قبل مورد بررسی قرار گرفت می توان به صورت زیر باز نویسی کرد:

(1.1)

$$P_{1k}^i = \varrho_k^i + c \delta_k - c \delta^i + I_k^i + \Delta \varrho_k^i \quad (1.2)$$

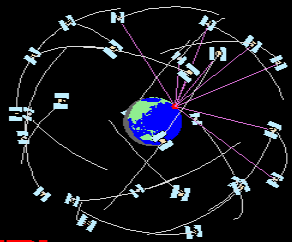
(1.3)

$$P_{2k}^i = \varrho_k^i + c \delta_k - c \delta^i + \frac{f_1^2}{f_2^2} I_k^i + \Delta \varrho_k^i \quad (1.4)$$

(1.4)

$$L_{1k}^i = \varrho_k^i + c \delta_k - c \delta^i - I_k^i + \Delta \varrho_k^i + \lambda_1 n_{1k}^i$$

$$L_{2k}^i = \varrho_k^i + c \delta_k - c \delta^i - \frac{f_1^2}{f_2^2} I_k^i + \Delta \varrho_k^i + \lambda_2 n_{2k}^i$$



JPL

L. Romans

مدل های ریاضی تعیین موقعیت در ژئودزی ماهواره ای

در این معادلات دقت کنید که چگونه اثر خطای یونسفر بر مشاهدات فاز و کد امواج حامل L1 و L2 بر حسب خطای یونسفر مشاهدات فاز موج حامل L1 نوشته شده است. [در این روابط همچنین بر خلاف جلسه قبل خطاهای ساعت بجای نمای τ با نماد δ نمایش داده شده اند.]

فرموله کردن معادلات مشاهدات به این نحو، این امکان را فراهم می سازد تا از طریق تشکیل ترکیب های جدیدی از مشاهدات (ضربان) فاز و کد به مدل های ریاضی رسید که در آن ها اثر برخی از منابع بایاس کاملاً حذف می شود. در اینجا به چند نمونه از این ترکیب ها اشاره می کنیم:

ترکیب آزاد از یونسفر (Ionosphere Free Linear Combination): به سادگی می توان نشان داد که خطای ناشی از شکست امواج در لایه یونسفر به طور کامل در ترکیب خطی زیر حذف می گردد:

$$L_3 = \frac{1}{f_1^2 - f_2^2} (f_1^2 L_1 - f_2^2 L_2) \quad (2.1)$$

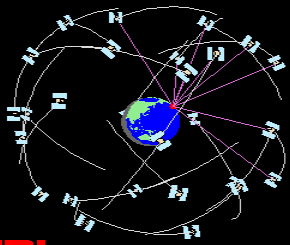
$$P_3 = \frac{1}{f_1^2 - f_2^2} (f_1^2 P_1 - f_2^2 P_2) \quad (2.2)$$

در این روابط L1 و L2 مشاهدات خام (ضربان) فاز - تبدیل واحد شده به مقیاس طول - و P1 و P2 مشاهدات خام شبه فاصله می باشند. در تعیین موقعیت نسبی از این ترکیب در سطح دو تفاضلی (Double difference level) به عنوان مدل ریاضی پایه (اصلی) تعیین موقعیت در سرشکنی کمترین مربعات خطاهای مشاهدات (ضربان) فاز و شبه فاصله استفاده می شود.

ترکیب آزاد از هندسه (Geometry Free Linear Combination): به سادگی می توان نشان داد که در ترکیب

$$L_4 = L_1 - L_2 \quad (3)$$

مدل های ریاضی تعیین موقعیت در ژئودزی ماهواره ای



JPL L. Romans

خطاهای مداری، ساعت های گیرنده و ماهواره، تروپوسفر و خطاهای موجود در ایستگاه های زمینی کاملاً از بین می رود. از آنجا که این ترکیب تنها تابعی از شکست امواج در لایه یونسفر و ابهام فاز است؛ این ترکیب بهترین ترکیب از مشاهدات (ضربان) فاز حامل برای مطالعه و مدل کردن اثر شکست امواج در لایه یونسفر محسوب می شود.

◀ ترکیب Wide-Lane: ترکیب خطی (4)

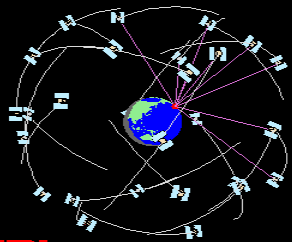
$$L_5 = \frac{1}{f_1 - f_2} (f_1 L_1 - f_2 L_2)$$

اصطلاحاً به ترکیب wide-lane معروف است. با صرفنظر کردن از تاخیرهای ناشی از عبور امواج سیستم از لایه یونسفر و تروپوسفر، این ترکیب در سطح دو تفاضلی به فرم زیر خواهد بود:

$$L_{5kl}^{ij} = \underbrace{\rho_{kl}^{ij}}_{\lambda_5} + \underbrace{(n_{1kl}^{ij} - n_{2kl}^{ij})}_{n_{5kl}^{ij}} \quad (5.1)$$

$$n_{5kl}^{ij} = n_{1kl}^{ij} - n_{2kl}^{ij} \quad \text{که در آن} \quad (5.2)$$

اصطلاحاً به ابهام فاز wide-lane معروف است. با توجه به بزرگی فرکانس امواج حامل L1 و L2 به سادگی می توان دید که $\lambda_5 = 86\text{Cm}$. این طول موج تقریباً چهار برابر بزرگتر از طول موج های λ_1 و λ_2 است. این موضوع حل ابهام فاز wide-lane را در حضور نویز در مقایسه با حل ابهام فاز L1 و L2 آسان تر می نماید. بدین لحاظ از این ترکیب خطی غالباً برای حل ابهام فاز (تعیین مقادیر ابهام فاز که در سطح دو تفاضلی اعدادی صحیح هستند) استفاده می شود.



مدل های ریاضی تعیین موقعیت در ژئودزی ماهواره ای

JPL L. Romans

◀ ترکیب **Melbourne-Wübbena**: در این ترکیب مطابق با رابطه زیر از هر دو دسته مشاهدات فاز حامل و شبه فاصله (یا کد) استفاده می شود:

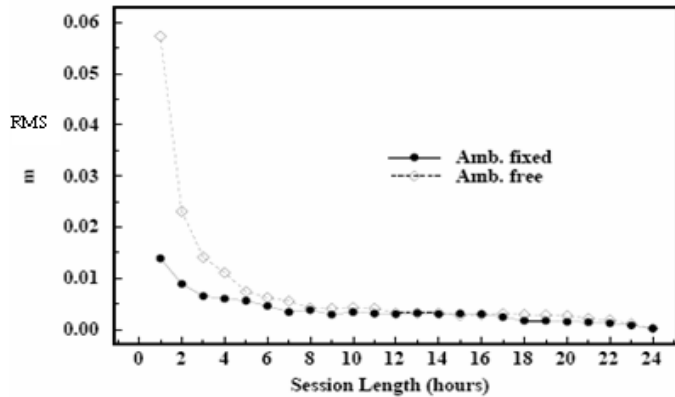
$$L_6 = \frac{1}{f_1 - f_2} (f_1 L_1 - f_2 L_2) - \frac{1}{f_1 + f_2} (f_1 P_1 + f_2 P_2) \quad (6)$$

در این ترکیب خاص از مشاهدات فاز و کد اثر منابع مختلف بایاس شامل یونسفر، تروپوسفر، خطای مداری ماهواره ها و خطاهای ساعت حذف می گردد. به این ترتیب در سطح دو تفاضلی این ترکیب به رابطه زیر قابل تبدیل است:

$$L_{6kl}^{ij} = \lambda_5 n_{5kl}^{ij}$$

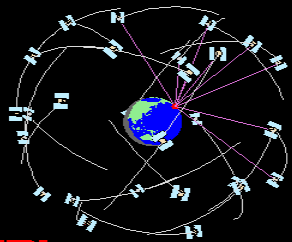
(7)

به طوریکه ملاحظه می شود در صورت دسترسی به اطلاعات کد با دقت مناسب ($rmse < 1m$) می توان مستقیماً ابهام فاز wide-lane را به کمک این ترکیب حل کرد.



◀ غالباً بیشترین تعداد پارامترهای مجهول در سرشکنی مشاهدات GPS مربوط به پارامترهای ابهام مشاهدات (ضربان) فاز است. بنابراین با تعیین مقادیر این پارامترها با روش های حل ابهام فاز و معرفی این مقادیر به عنوان مقادیر معلوم در مدل های ریاضی مربوطه، درجه آزادی سرشکنی افزایش قابل ملاحظه ای می یابد. به این ترتیب برای رسیدن به سطح مشخصی از دقت برای پارامترهای مجهول (مختصات ایستگاه اندازه گیری) بجای افزایش درجه آزادی

سرشکنی از طریق افزایش میزان مشاهدات (مدت زمان اندازه گیری)، با حل پارامترهای ابهام فاز درجه آزادی افزایش یافته و با میزان کمتری از مشاهدات (مدت زمان اندازه گیری کمتری) می توان سطح دقت مورد نظر را محقق کرد.

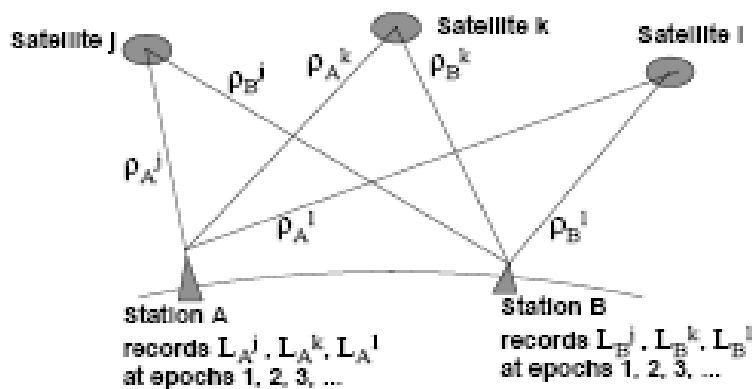


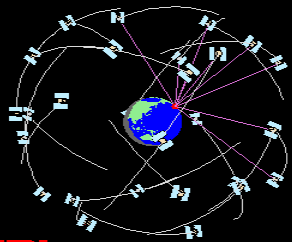
JPL

L. Romans

مدل های ریاضی تعیین موقعیت در ژئودزی ماهواره ای

← وابستگی و استقلال خطی مشاهدات در تعیین موقعیت نسبی: چنانکه ملاحظه شد در تعیین موقعیت نسبی از ترکیب های مختلفی از مشاهدات استفاده می شود: از ترکیب سه تفاضلی در پالایش مشاهدات (حذف مشاهدات اشتباه، تخمین دقیق تر مقادیر اولیه موقعیت نقاط، حذف جهش فاز از مشاهدات ضربان فاز)، از ترکیب Wide-lane در سطح دو تفاضلی (به دلیل صحیح بودن عدد ابهام فاز مشاهدات ضربان فاز) برای حل ابهام فاز و از ترکیب آزاد از یونسفر برای تعیین مقادیر مجهول (مثلا مختصات نقاط و یا مختصات نقاط و پارامتر های مدل تروپوسفر و ...). طبیعتاً این پرسش مطرح است که **تشکیل ترکیب های مختلف در سطح دو تفاضلی برای تخمین مقادیر مجهولات، بر چه مبنایی صورت می پذیرد؟ به عبارت دیگر آیا می بایست تمام ترکیب های دو تفاضلی ممکن تشکیل و دستگاه معادلات مشاهدات را بر مبنای این مجموعه از معادلات مشاهدات تشکیل داد و یا اینکه با محدودیت هایی در این خصوص مواجهیم.** برای پاسخ دادن به این پرسش مثال شکل زیر را در نظر می گیریم.





JPL

L. Romans

مدل های ریاضی تعیین موقعیت در ژئودزی ماهواره ای

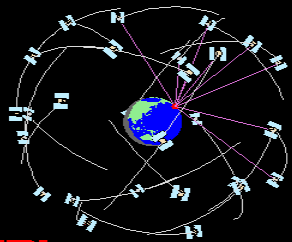
صرفنظر از حالت های بدیهی در تشکیل ترکیب های دو تفاضلی ممکن نظیر $L_{AB}^{jk} = -L_{AB}^{kj}$ ، در این مثال سه معادله مشاهده دو تفاضلی به فرم زیر می توان تشکیل داد:

$$\begin{aligned} L_{AB}^{jk} &= (L_A^j - L_B^j) - (L_A^k - L_B^k) \\ L_{AB}^{jl} &= (L_A^j - L_B^j) - (L_A^l - L_B^l) \\ L_{AB}^{lk} &= (L_A^l - L_B^l) - (L_A^k - L_B^k) \end{aligned} \quad (8)$$

به سادگی می توان دید که هر یک از معادلات مشاهدات فوق را می توان به صورت ترکیبی خطی از دو معادله مشاهده دیگر نوشت:

$$\begin{aligned} L_{AB}^{jk} &= L_{AB}^{jl} + L_{AB}^{lk} \\ L_{AB}^{jl} &= L_{AB}^{jk} - L_{AB}^{lk} \\ L_{AB}^{lk} &= L_{AB}^{jk} - L_{AB}^{jl} \end{aligned} \quad (9)$$

معادلات (9) نشان می دهد که دستگاه معادلات حاصل از مجموعه مشاهدات L_{AB}^{jk} ، L_{AB}^{jl} و L_{AB}^{lk} دستگاه معادلاتی با معادلاتی است که وابستگی خطی دارند. تخمین مجهولات از طریق حل کمترین مربعات این مدل صحیح نخواهد بود. بنابراین می بایست به نحوی مجموعه ای از معادلات مشاهدات مستقل تشکیل و در حل مجهولات (تخمین پارامترهای مدل ریاضی) مورد استفاده قرار داد. در این مثال معادلات مشاهدات مستقل می تواند از هر یک از مجموعه های مشاهدات دو تفاضلی زیر انتخاب گردد:



JPL

L. Romans

مدل های ریاضی تعیین موقعیت در ژئودزی

ماهواره ای

$$\{L_{AB}^{jk}, L_{AB}^{jl}\} = \Lambda^j \equiv \{L_{AB}^{ab} | a = j; b \neq j\}$$

$$\{L_{AB}^{kj}, L_{AB}^{kl}\} = \Lambda^k \equiv \{L_{AB}^{ab} | a = k; b \neq k\}$$

$$\{L_{AB}^{lj}, L_{AB}^{lk}\} = \Lambda^l \equiv \{L_{AB}^{ab} | a = l; b \neq l\}$$

(10)

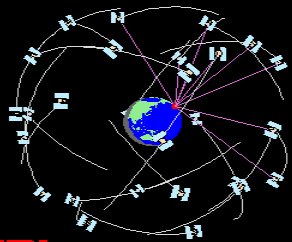
با دقت در مجموعه معادلات فوق به راحتی می توان دریافت که در هر مجموعه معادلات مستقل قابل تشکیل یک ماهواره مشترک وجود دارد. از این ماهواره اصطلاحاً به ماهواره مرجع (reference satellite) یاد می شود. واضح است که استفاده از هر یک از مجموعه های ممکن فوق الذکر به نتایجی یکسان منجر خواهد شد به شرطی که ماتریس های وریانس - کووریانس مربوطه به درستی تشکیل شوند (به عنوان مثال در محاسبه مجهولات با یکی از این مدل ها از کووریانس ناشی از تشکیل مشاهدات تفاضلی صرف نظر و در دیگری تمامی کووریانس های ممکن به درستی تشکیل و در محاسبات لحاظ نگردند). ایده استفاده از یک ماهواره مرجع در تشکیل معادلات مشاهدات مستقل اصطلاحاً به **reference satellite concept** معروف است. مثال فوق را می توان به تعداد دلخواهی از ماهواره های در حال ردیابی گسترش داد. به عنوان مثال چنانچه پنج ماهواره به طور همزمان ردیابی شده و ماهواره چهارم به عنوان ماهواره مرجع انتخاب گردد مشاهدات مستقل ممکن عبارت خواهند بود از:

$$\Lambda^4 \equiv \{L_{AB}^{ab} | a = 4; b \neq 4\} \\ = \{L_{AB}^{41}, L_{AB}^{42}, L_{AB}^{43}, L_{AB}^{45}\}$$

(11)

برای یک طول باز (یک بیس لاین یا برای دو گیرنده)، با S ماهواره تعداد مشاهدات مستقل فاز دو تفاضلی ممکن S-1 مشاهده دو تفاضلی برای هر موج حامل خواهد بود.

نکته مهم در انتخاب ماهواره مرجع در این روش لزوم در اختیار داشتن مشاهدات فاز و شبه فاصله از آن در اپک های اندازه گیری در سایر نقاط شبکه و یا در تمام طول مدت اندازه گیری است.



JPL

L. Romans

مدل های ریاضی تعیین موقعیت در ژئودزی ماهواره ای

تا کنون موضوع استقلال مشاهدات فاز در حالتیکه اندازه گیری ها تنها در دو ایستگاه انجام می شود مورد بررسی قرار گرفت. مسلماً در حالتیکه با بیش از دو ایستگاه اندازه گیری سروکار داریم مشاهدات دو تفاضلی مستقل در بیس لاین های مختلف ممکن است وابستگی خطی داشته باشند. برای حل این مشکل از ایده ای مشابه با ایده ماهواره مرجع استفاده می شود: برای تشکیل معادلات مشاهدات مستقل در سطح دو تفاضلی از مثلاً مشاهدات ضربان فاز، یکی از ایستگاه های شبکه به عنوان ایستگاه مرجع انتخاب می گردد. این ایده اصطلاحاً به ایده ایستگاه مرجع (reference station concept) معروف است. به عنوان مثال چنانچه چهار ماهواره به طور همزمان از ایستگاه های A، B و C ردیابی شوند؛ با انتخاب ماهواره سوم به عنوان ماهواره مرجع و ایستگاه B به عنوان ایستگاه مرجع، مجموعه مشاهدات فاز مستقل در سطح دو تفاضلی عبارتند از:

$$\Lambda_B^3 \equiv \{L_{cd}^{ab} | a = 3; b \neq 3; c = B, d \neq B\} \quad (12)$$

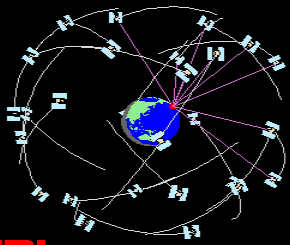
$$= \{L_{BA}^{31}, L_{BA}^{32}, L_{BA}^{34}, L_{BC}^{31}, L_{BC}^{32}, L_{BC}^{34}\}$$

تعداد مشاهدات دو تفاضلی مستقل در این حالت $(s-1)(r-1)$ مشاهده خواهد بود که در آن S تعداد ماهواره ها و r تعداد گیرنده ها است.

دقت کنید که در اینجا فرض بر این است که تمامی ماهواره ها از تمامی ایستگاه ها بطور همزمان ردیابی می شوند، فرضی که به دلایل مختلفی ممکن است برقرار نباشد: به عنوان مثال به دلیل وجود مانعی در یک ایستگاه، ردیابی یک یا چند ماهواره را غیر ممکن سازد و یا اینکه فاصله ایستگاه های اندازه گیری به حدی زیاد باشد که امکان ردیابی همزمان یک یا چند ماهواره وجود نداشته باشد. بنابراین با انتخاب نا مناسب ایستگاه مرجع ممکن است تعداد مشاهدات دو تفاضلی کمتر از حداکثر تعداد ممکن تشکیل شده و در نتیجه درجه آزادی سرشکنی کاهش یابد.

با توجه به مطالب فوق می بایست در انتخاب ایستگاه مرجع نهایت دقت را مد نظر داشت. در نرم افزار های تجاری انتخاب ایستگاه مرجع غالباً به صورت خودکار انجام می پذیرد. با این وجود تغییر این ایستگاه در برخی موارد در حل پاره ای از مشکلات پردازش داده های GPS مفید است.

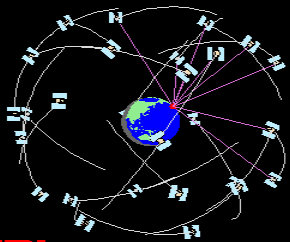
مدل های ریاضی تعیین موقعیت در ژئودزی ماهواره ای



JPL L. Romans

- ◀ تغییر و تعریف ایستگاه مرجع در اغلب نرم افزار های تجاری پردازش داده های GPS امکان پذیر است. بنابراین آگاهی از نحوه تاثیر انتخاب نا مناسب ایستگاه مرجع از یک طرف و ویژگی های یک ایستگاه اندازه گیری به عنوان ایستگاه مرجع مناسب از طرف دیگر قابل توجه است.
- ◀ در انتخاب ایستگاه مرجع می توان نکات ذیل را در نظر گرفت:
 - ◀ این ایستگاه ترجیحاً در وسط شبکه قرار داشته باشد. این موضوع به ویژه در مورد شبکه های بزرگ از اهمیت بالایی برخوردار است چراکه ایستگاه های مرکزی کمترین فاصله ممکن را از سایر نقاط شبکه داشته و در نتیجه تعداد ماهواره ها یی که به طور همزمان از این ایستگاه و سایر ایستگاه های شبکه ردیابی می شوند افزایش می یابد.
 - ◀ گیرنده مستقر در این ایستگاه مشکلات سخت افزاری نداشته باشد. به این ترتیب بیشترین همپوشانی زمانی در اندازه گیری ایستگاه های مختلف با اندازه گیری این ایستگاه به وجود خواهد آمد.
 - ◀ ایستگاه مورد نظر از کمترین میزان مانع در مقابل پوشش فضایی برخوردار باشد.
- ◀ چنانچه در تمام نقاط یک شبکه تمامی ماهواره ها به طور همزمان ردیابی شوند انتخاب ماهواره و ایستگاه مرجع اختیاری خواهد بود. به عبارت دیگر در صورت درست تشکیل دادن ماتریس وریانس - کووریانس مشاهدات هر ترکیب دلخواه از ایستگاه و ماهواره مرجع به جوابی منحصر به فرد از موقعیت ایستگاه های اندازه گیری منجر می گردد.

مدل های ریاضی تعیین موقعیت در ژئودزی ماهواره ای

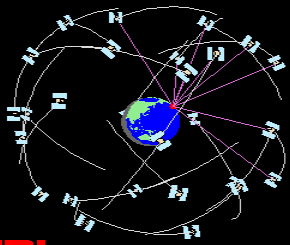


JPL L. Romans

- ↙ منحصر به فرد بودن جواب: با توجه به مطالب قبل، موضوع دستیابی به جوابی منحصر به فرد از پردازش یک مجموعه از مشاهدات سیستم GPS امکان پذیر به نظر نمی رسد چراکه ندرتاً در اندازه گیری یک شبکه تمامی ماهواره های بالای افق منطقه از تمام ایستگاه های اندازه گیری به طور همزمان ردیابی می شوند. این موضوع به ویژه در اندازه گیری های غیر دائم با سیستم GPS کاملاً معمول است. در مقابل اندازه گیری های دائم، اندازه گیری های غیر دائم اصطلاحاً به اندازه گیری های موردی و شبکه های مربوطه به شبکه های موردی (campaign measurements & campaign networks) معروفند. تجربه نشان می دهد که در صورتیکه پردازش داده های سیستم به دقت صورت پذیرد، تفاوت های اندکی در مجموعه جواب های معقولی که از مشاهدات مختلف ممکن قابل حصول است وجود خواهد داشت.
- ↙ با این وجود، به هر حال در یک اظهار نظر دقیق؛ در تعیین موقعیت نسبی از طریق تشکیل معادلات مشاهدات در سطح دو تفاضلی نمی توان به جوابی منحصر به فرد رسید. راه حل عملی این مشکل پردازش مشاهدات خام به جای ترکیب هایی از این مشاهدات در سطح دو تفاضلی و امثال آن است.
- ↙ در نرم افزار های تجاری پردازش مشاهدات در سطح تفاضل صفر (zero difference level) یا مشاهدات خام امکان پذیر نیست. برای این منظور تنها می توان از نرم افزار های علمی استفاده کرد.
- ↙ تخمین موقعیت نسبی دو ایستگاه از پردازش مشاهدات در سطح دو تفاضلی: در ادامه برای آشنایی با عملکرد نرم افزار های تجاری در تعیین موقعیت نسبی، به بررسی مراحل مختلف تخمین موقعیت نسبی دو ایستگاه در پردازش مشاهدات (ضربان) فاز در سطح دو تفاضلی می پردازیم. برای سادگی و با فرض اینکه تاخیر اتمسفری در طول طول باز های مورد مطالعه کوچک است، معادله مشاهده دو تفاضلی فاز را به صورت خلاصه زیر باز نویسی می کنیم:

$$L_{AB}^{jk} = \rho_{AB}^{jk} - \lambda_0 N_{AB}^{jk} \quad (13)$$

مدل های ریاضی تعیین موقعیت در ژئودزی ماهواره ای



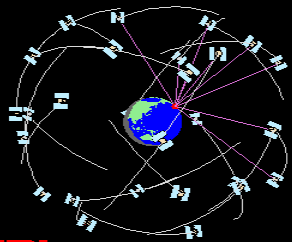
JPL L. Romans

منظور از تعیین موقعیت نسبی با مشاهدات دو تفاضلی تعیین مولفه های بردار نسبی موقعیت بین دو نقطه یعنی $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ است. از این جهت جواب حاصل به **baseline solution** معروف است. علاوه بر این، پارامترهای ابهام فاز N_{AB}^{jk} برای هر زوج ماهواره (j, k) و احتمالاً پارامترهای مجهول دیگری نظیر ضرایب مدلی که اثر شکست امواج در لایه تروپوسفر را بر مشاهدات سیستم مدل می کنند نیز جزء مجهولات مدل ریاضی در تعیین موقعیت نسبی محسوب می شوند.

برای این منظور طبیعتاً نخستین گام تشکیل معادلات مشاهدات و خطی کردن مدل ریاضی مربوطه است (موضوعی که قبلاً مورد بررسی قرار گرفت). علاوه بر این برای حل مشکل سیستم مختصات در سرشکنی مشاهدات الزاماً می بایست مختصات یکی از ایستگاه های شبکه معلوم فرض گردد. مختصات ایستگاه معلوم غالباً از مشاهدات شبه فاصله و به روش تعیین موقعیت مطلق تعیین می شود. **وجود خطای 100m در موقعیت نقطه معلوم می تواند نتایج حاصل از پردازش مشاهدات دو تفاضلی را کاملاً بایاس نماید.** بنابراین در استفاده از مشاهدات کد در تعیین موقعیت مطلق نقطه معلوم می بایست با دقت عمل کرد. در تعیین موقعیت نسبی با معلوم بودن مختصات یک نقطه از شبکه مختصات سایر نقاط بر حسب مختصات نقطه معلوم قابل محاسبه است. بنابراین در مثال مورد بررسی چنانچه نقطه A از طول باز AB معلوم باشد مختصات نقطه B تعیین می گردد. در این مثال چنانچه ۴ ماهواره به طور همزمان ردیابی شده و ماهواره ۲ به عنوان ماهواره مرجع انتخاب گردد در هر یک از مجموعه سه مشاهده دو تفاضلی زیر می توان استفاده کرد:

$$\Lambda^2(i) \equiv \{L_{AB}^{ab}(i) | a = 2; b \neq 2\}$$

$$= \{L_{AB}^{21}(i), L_{AB}^{23}(i), L_{AB}^{24}(i)\}$$



مدل های ریاضی تعیین موقعیت در ژئودزی ماهواره ای

◀ پارامترهای مجهول (تحت مفروضات قبل) عبارتند از

$$x_B, y_B, z_B, N_{AB}^{21}, N_{AB}^{23}, N_{AB}^{24} \quad (15)$$

روشن است که در صورت وجود جهش فاز در مشاهدات و عدم امکان تصحیح آن، برای هر بار ایجاد جهش در (ضربان) فاز حامل اندازه گیری شده می بایست یک پارامتر جدید ابهام فاز به بردار مجهولات اضافه گردد.

◀ به این ترتیب با دستگاهی از معادلات پارامتریک خطی مواجهیم:

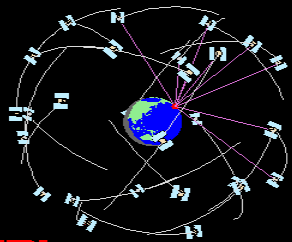
$$\mathbf{b} = \mathbf{Ax} + \mathbf{v} \quad (16)$$

که در آن ماتریس ضرایب \mathbf{A} متشکل از d سطر (d : تعداد معادلات مشاهدات یا مشاهدات دو تفاضلی ممکن) و p ستون (p : تعداد مجهولات) است. برای مشاهده L_{AB}^{24} سطر مربوطه از این ماتریس به فرم زیر خواهد بود:

$$A_{AB}^{24}(i) = \begin{pmatrix} \frac{\partial L_{AB}^{24}(i)}{\partial x_B} & \frac{\partial L_{AB}^{24}(i)}{\partial y_B} & \frac{\partial L_{AB}^{24}(i)}{\partial z_B} & \frac{\partial L_{AB}^{24}(i)}{\partial N_{AB}^{21}} & \frac{\partial L_{AB}^{24}(i)}{\partial N_{AB}^{23}} & \frac{\partial L_{AB}^{24}(i)}{\partial N_{AB}^{24}} \end{pmatrix} \quad (17.1)$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\partial \rho_{AB}^{24}(i)}{\partial x_B} & \frac{\partial \rho_{AB}^{24}(i)}{\partial y_B} & \frac{\partial \rho_{AB}^{24}(i)}{\partial z_B} & 0 & 0 & -\lambda_0 \end{pmatrix}$$

به عنوان مثال عنصر واقع در ستون اول از این سطر عبارت است از:



JPL

L. Romagnolo

مدل های ریاضی تعیین موقعیت در ژئودزی ماهواره ای

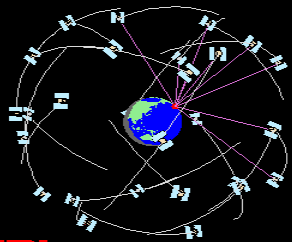
$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho_{AB}^{24}(i)}{\partial x_B} &= \frac{\partial}{\partial x_B} (\rho_A^2(i) - \rho_B^2(i) - \rho_A^4(i) + \rho_B^4(i)) \\
 &= \frac{\partial \rho_A^2(i)}{\partial x_B} - \frac{\partial \rho_B^2(i)}{\partial x_B} - \frac{\partial \rho_A^4(i)}{\partial x_B} + \frac{\partial \rho_B^4(i)}{\partial x_B} \\
 &= \frac{\partial \rho_B^4(i)}{\partial x_B} - \frac{\partial \rho_B^2(i)}{\partial x_B} \\
 &= \frac{x_{B0} - x^4(i)}{\rho_B^4(i)} - \frac{x_{B0} - x^2(i)}{\rho_B^2(i)}
 \end{aligned}
 \tag{17.2}$$

از درس سرشکنی به خاطر داریم که جواب کمترین مربعات پارامترهای مجهول از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{b}
 \tag{18}$$

$$\mathbf{C}_x = (\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A})^{-1}
 \tag{19}$$

که در آن \mathbf{W} ماتریس وزن مشاهدات است. قطری در نظر گرفتن این ماتریس و یا صرفنظر کردن از آن به دلیل تحمیل کورلیشن بین مشاهدات از طریق تشکیل مشاهدات دو تفاضلی امکان پذیر نیست.



JPL

L. Romans

مدل های ریاضی تعیین موقعیت در ژئودزی ماهواره ای

◀ شرط لازم برای دستیابی به جوابی منحصر به فرد برای دستگاه معادلات فوق این است که:

$$d \geq p \quad (20)$$

با این فرض که تمام ماهواره ها از تمام ایستگاه های اندازه گیری ردیابی می شوند تعدا معادلات مشاهدات مستقل ممکن برابر است با:

$$d = q(r-1)(s-1) \quad (21)$$

که در آن q تعداد اپک ها، r تعداد گیرنده ها و s تعداد ماهواره های ردیابی شده است. به این ترتیب تعداد مجهولات:

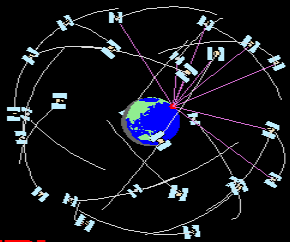
$$p = 3 + (r-1)(s-1) \quad \text{است} \quad (22)$$

که در آن $(r-1)(s-1)$ تعداد پارامترهای ابهام فازی است که می بایست تعیین گردند. به این ترتیب شرط (20) برای دستیابی به جوابی منحصر به فرد برای دستگاه معادلات فوق به صورت زیر قابل بیان است:

$$q(r-1)(s-1) \geq 3 + (r-1)(s-1) \Rightarrow (q-1)(r-1)(s-1) \geq 3 \quad (23)$$

◀ از آنجا که q عددی صحیح است همواره باید $q \geq 4$ زیرا: در تعیین موقعیت نسبی با مشاهدات دو تفاضلی $s \geq 2$ و $r \geq 2$ و در نتیجه $q \geq 4$. به عبارت دیگر در حل یک طول باز با حداقل مشاهدات ممکن در این روش - بدترین وضعیت هندسی - به حداقل چهار اپک اندازه گیری نیاز خواهیم داشت. بنابراین چنانچه مثلاً در تنظیم گیرنده فواصل زمانی ثابت اندازه گیری ها یا نرخ نمونه برداری (sampling rate) را $30s$ در نظر بگیریم به حداقل $4 \times 30 = 120s$ اندازه گیری نیاز داریم. پر واضح است که به دلیل هندسه ضعیف اندازه گیری در این حالت، در تعیین موقعیت دقیق این مدت اندازه گیری ابدأ توصیه نمی شود.

مدل های ریاضی تعیین موقعیت در ژئودزی ماهواره ای



JPL L. Romans

تشکیل ماتریس وزن W: ماتریس وزن به دستگاه معادلات مشاهدات ماهیتی تصادفی می بخشد. از این جهت در سرشکنی خطاهای اتفاقی مشاهدات به ماتریس وزن بخش تصادفی مدل ریاضی (stochastic model) [در مقابل بخش غیرتصادفی آن - معادلات مشاهدات- (deterministic model)] می گویند.

◀ برای تشکیل این ماتریس، با توجه به اینکه ماتریس وزن معکوس ماتریس وریانس-کووریانس مشاهدات است، می بایست در ابتدا ماتریس وریانس-کووریانس مشاهدات دو تفاضلی را تشکیل داد:

$$W = C_{\nabla\Delta}^{-1} \quad (24)$$

با توجه به مطالب قبل ابعاد این ماتریس $q(r-1)(s-1) \times q(r-1)(s-1)$ است.

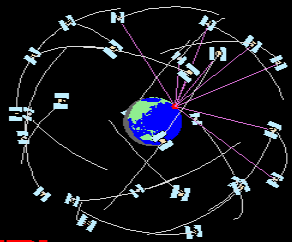
◀ ماتریس وریانس - کووریانس مشاهدات دو تفاضلی از ماتریس وریانس-کووریانس مشاهدات خام ساخته می شود. این ماتریس ماتریس قطری به ابعاد $qrs \times qrs$ است. به عبارت دیگر در تشکیل ماتریس کووریانس مشاهدات خام فرض بر این است که گیرنده مشاهدات هر اپک را مستقلاً انجام می دهد (به عبارت دیگر خطاهای سخت افزاری گیرنده - که در جلسه قبل به آن اشاره شد- رفتاری تصادفی دارند). به این ترتیب با استفاده از قانون انتشار خطا ها خواهیم داشت:

$$C_{\nabla\Delta} = DCD^T \quad (25)$$

که در آن **D** ماتریسی است که به کمک آن مشاهدات سطح صفر تفاضلی (مشاهدات خام) را می توان به مشاهدات سطح دو تفاضلی منتقل کرد، به عبارت دیگر:

$$\nabla\Delta L = DL \quad (26)$$

مدل های ریاضی تعیین موقعیت در ژئودزی ماهواره ای



JPL L. Romans

ماتریس D ماتریسی مستطیلی است که تعداد سطر های آن برابر تعداد مشاهدات دو تفاضلی مستقلی است که می توان از مشاهدات خام تشکیل داد و تعداد ستون های آن برابر تعداد مشاهدات خام ثبت شده است. به این ترتیب ابعاد این ماتریس $q(r-1)(s-1) \times qrs$. عناصر این ماتریس اعداد -1 ، $+1$ و 0 است که با ترتیب مناسب در سطر های مختلف این ماتریس قرار می گیرند.

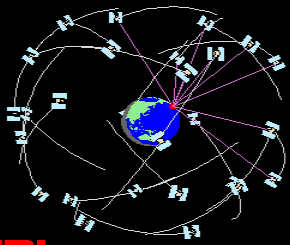
◀ با توجه به رابطه (19) ماتریس وریانس - کووریانس بردار مجهولات (در اینجا مختصات نقاط و پارامترهای صحیح ابهام فاز) از رابطه زیر محاسبه خواهد شد:

$$C_X = \left(A^T (D C D^T)^{-1} A \right)^{-1} \quad (27)$$

◀ چند نکته در خصوص دقت نتایج در استفاده از سیستم GPS:

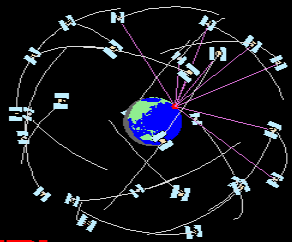
1. با وجود دقت بالای مشاهدات (ضربان) فاز بررسی ماتریس وریانس - کووریانس نتایج حاصل از پردازش داده ها این سیستم اندازه گیری نتایجی با دقت بهتر از سانتیمتر و نه در حد میلیمتر را به دست می دهد. این موضوع ناشی از برخی منابع بایاس است که به کلی در مدل های ریاضی تعیین موقعیت از آنها صرف نظر می شود. به عنوان مثال می توان به خطای چند مسیری اشاره کرد. علاوه بر این، چنانکه قبلاً اشاره شد حتی در مورد سایر منابع بایاس، مدل های موجود قادر به حذف کامل اثر این منابع نیستند (مثال مدل سازی اثر شکست امواج در لایه یونسفر با یک پوسته کروی از جلسه قبل را به خاطر بیاورید!). به این ترتیب به دلیل مدل نکردن اثر برخی از منابع بایاس، همچنین ناکافی بودن سایر مدل های ریاضی موجود (یا به دلیل خطای جزئی مدل - که جلسه قبل مورد بررسی قرار گرفت) علی رغم درجه آزادی بالا در سرشکنی شبکه های ژئودزی با GPS همچنان دقت نتایج در حد میلیمتر نیست.

مدل های ریاضی تعیین موقعیت در ژئودزی ماهواره ای



JPL L. Romans

2. با تمام این اوصاف همچنان نتایج حاصل برای دقت موقعیت نقاط شبکه خوش بینانه (optimistic) است. این موضوع بسیار مهم ناشی از این واقعیت است که (چنانکه در مدل های ریاضی تعیین موقعیت مطلق و نسبی می توان دید) کوررلیشن بسیاری از منابع بایاس در هر اپک اندازه گیری با یکدیگر از یک طرف، همچنین کوررلیشن منابع مختلف خطا در اپک ها مختلف (time correlation) در مدل های ریاضی مورد بحث لحاظ نشده است.
- ❖ بنابراین برای دستیابی به برآوردی واقع بینانه (realistic) از دقت نتایج (پارامترهای مجهول) می بایست ماتریس های وریانس - کووریانس مجهولات به نحو مناسبی تغییر مقیاس (scale) یابند. به عبارت دیگر بجای دقت های تخمین زده شده برای این پارامترها از دقت های جدیدی که از ضرب ماتریس وریانس - کووریانس حاصل در یک ضریب مقیاس بزرگتر از واحد به دست می آید استفاده می شود. ماتریس وریانس - کووریانس جدید به ماتریس وریانس - کووریانس مقیاس شده (inflated) شناخته می شود. روش های ریاضی خاصی برای این منظور وجود دارد که بررسی و معرفی این روشها از حوصله این درس خارج است.
- ◀ در استفاده از نرم افزار های تجاری پردازش داده های سیستم GPS غالباً از ارزیابی میزان خوشبینانه و یا واقع بینانه بودن دقت نتایج صرفنظر می شود!
- ◀ نرم افزار های پردازش داده های سیستم GPS: از سال 1980 تا کنون نرم افزار های مختلفی برای پردازش داده های این سیستم ماهواره ای توسعه یافته است. این نرم افزار ها را می توان به دو گروه عمده نرم افزار های تجاری و نرم افزار های علمی طبقه بندی کرد. در ادامه ضمن معرفی مختصر این دو گروه از نرم افزار ها، توانایی های نرم افزار های علمی مورد تاکید قرار می گیرد.

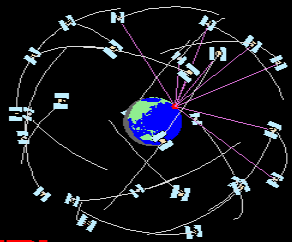


نرم افزار های پردازش داده های سیستم GPS

JPL

L. Romans

- ◀ نرم افزارهای علمی محصول سال ها تحقیق در مراکز دانشگاهی و دولتی مختلف است. از مهمترین ویژگی های این نرم افزارها می توان به موارد زیر اشاره کرد:
- ◀ امکان تعیین مدار ماهواره ها (orbit integration) به کمک مدل های نیروی (force model) مناسب
- ◀ استفاده از مدل های ریاضی تعیین موقعیت دقیق: به عنوان مثال امکان استفاده از مدل های تغییرات مرکز فاز آنتن، شکست امواج در لایه یونسفر و غیره
- ◀ استفاده از تکنیک های پیشرفته در پیش پردازش داده ها (حذف مشاهدات اشتباه، رفع جهش فاز و ...)
- ◀ انعطاف پذیری این نرم افزارها در تشکیل بردار مجهولات نظیر تخمین همزمان مختصات نقاط، پارامترهای مداری، تاخیرهای تروپسفری، بایاس ساعت گیرنده، حرکات قطب و نرخ دوران زمین
- ◀ استفاده از الگوریتم ها (تکنیک های) پیشرفته ای جهت حل ابهام فاز در طول های باز بلند.
- ◀ تخمین پارامترهای مدل های کینماتیک حرکت نقاط به منظو در نظر گرفتن تغییرات ناشی از حرکات صفحات تکتونیکی و جنبش های ناشی از این حرکات در پوسته زمین (co-seismic displacements)
- ◀ به لحاظ دقت این نرم افزارها از قابلیت های زیر برخوردارند:
- ◀ دقت بهتر از سانتیمتر در تعیین موقعیت مطلق
- ◀ دقت در حد چند صدم ppm در تعیین موقعیت نسبی
- ◀ تخمین تاخیر تروپسفری با دقت چند میلیمتر

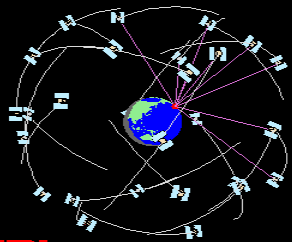


نرم افزار های پردازش داده های سیستم GPS

JPL

L. Romans

- ◀ تعیین پارامترهای مداری ماهواره های سیستم با دقت تا 10cm
- ◀ تعیین پارامترهای تعیین قطب تا دقت 1cm
- ◀ از دو ویژگی نرم افزار های تجاری در نرم افزار های علمی اجتناب می شود:
- ◀ بعضا به جای پردازش داده های سیستم در سطح دو تفاضلی، پردازش داده ها در سطح مشاهدات خام صورت می پذیرد. علاوه بر این پارامترهای ساعت گیرنده نیز قابل تخمین است.
- ◀ بجای سرشکنی بیس لاین به بیس لاین شبکه تمام مشاهدات شبکه به طور همزمان در یک سرشکنی دقیق دخالت داده شده و خطای اتفاقی مشاهدات یکجا سرشکن می شود.
- ◀ در برخی از این نرم افزار ها امکان بررسی تغییرات زمانی پارامترهای مجهول از طریق استفاده از فیلترینگ کالمن در تخمین بردار مجهولات فراهم شده است.
- ◀ با وجود اینکه تعدا زیادی از نرم افزار های علمی برای پردازش داده های GPS توسعه یافته و در دسترسند، در این میان سه نرم افزار از دقت بسیار بالایی در نتایج حاصل از پردازش داده های این سیستم تعیین موقعیت ماهواره ای برخوردارند. این نرم افزار های عبارتند از:
- ◀ Bernese محصول انستیتو نجوم از دانشگاه Berne سوئیس
- ◀ GAMIT/GLOBK محصول MIT (Massachusetts Institute of Technology)
- ◀ GIPSY محصول آزمایشگاه JPL (Jet Propulsion Laboratory) از انستیتو تکنولوژی کالیفرنیا (California Institute of Technology)
- ◀ از ویژگی های قابل توجه دیگر این نرم افزار ها پیچیدگی زیاد آنها است که آموزش و استفاده از آنها را در مقایسه با نرم افزار های تجاری بسیار وقت گیر می سازد.



برنامه ریزی برای انجام مشاهدات در یک پروژه GPS

- آنالیز اولیه در تعیین موقعیت با GPS

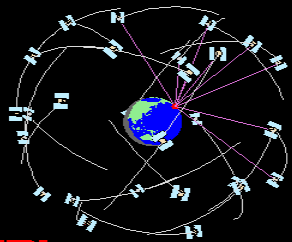
JPL

L. Romans

تا پیش از تکمیل شدن بخش فضایی سیستم تعیین موقعیت جهانی ماهواره های این سیستم تنها در مدت زمانی محدود از ایستگاه های اندازه گیری قابل ردیابی بود. بنابراین اطلاع از این بازه زمانی، همچنین بهترین وضعیت هندسی ماهواره ها در تعیین موقعیت در این بازه از اهمیت بسیاری برخوردار بود. علاوه بر این موارد، کاربران سیستم علاقمند بودند تا اطلاعاتی را در خصوص کیفیت نتایج اندازه گیری در شرایطی که بخشی از فضای اطراف ایستگاه (های) اندازه گیری با موانعی محدود شده به دست آورند. طبیعتاً پاسخ به پرسش های فوق و پرسش های دیگری از این نوع در این دوره از راه اندازی سیستم بسیار پر اهمیت می نمود. به فرایندی که به پاسخ گویی به پرسش ها یی از این نوع می پردازد اصطلاحاً **mission planning** می گویند.

با تکمیل شدن ساختار بخش فضایی در سیستم GPS این بخش از عملیات تعیین موقعیت با سیستم GPS (mission planning) در اندازه گیری های بلند مدت با اهمیت چندانی برخوردار نیست. چراکه در طول مدت اندازه گیری ترکیب های مختلفی از هندسه بخش فضایی ردیابی می شود. با این وجود، تدریجاً با تکامل بخش فضایی سیستم کاربرد های جدیدتری نیز کشف و معرفی شده است. به عنوان مثال می توان به تعیین موقعیت کینماتیک (تعیین موقعیت اجسام در حال حرکت) اشاره کرد. برخلاف کاربرد های سنتی سیستم GPS، در کاربرد های جدید مدت زمان اندازه گیری لزوماً کاهش یافته و در نتیجه نقش توزیع زمانی و هندسه فضایی ماهواره ها در دستیابی به دقتی قابل قبول مجدداً مطرح می شود. علاوه بر این سیستم های ماهواره ای جدیدی نظیر Galileo در دست طراحی و اجرا است. بنابراین در استفاده بهینه از این سیستم ها نیز برنامه ریزی برای انجام مشاهدات اجتناب ناپذیر بوده، از اهمیت بالایی برخوردار است.

نرم افزار های مختلفی برای برنامه ریزی برای مشاهدات یک پروژه GPS طراحی شده و در اختیار کاربران این سیستم قرار دارد. حتی بعضی از این نرم افزار ها مجانی در اختیار کاربران قرار می گیرد. این طیف از نرم افزار ها اصطلاحاً به نرم افزار های **planning** معروف هستند.

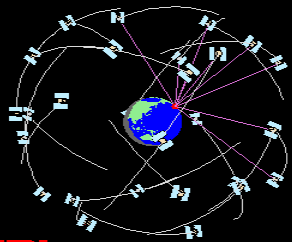


JPL

L. Romans

برنامه ریزی برای انجام مشاهدات در یک پروژه GPS

- ◀ به طور مشخص در طی یک فرایند برنامه ریزی به دنبال یافتن پاسخ های مناسبی برای پرسش های زیر هستیم:
 - ◀ مقادیر ضریب دقت مورد نظر مثلاً PDOP در طول کدام بازه زمانی از مدت زمانی که امکان انجام اندازه گیری ها وجود دارد در حدی قابل قبول است؟
 - ◀ در تعیین موقعیت نقاط یک شبکه در چه بازه ای از زمان به بهترین هندسه بخش فضایی در تمام نقاط شبکه دسترسی خواهیم داشت؟
 - ◀ چنانچه اندازه گیری می بایست لزوماً در بازه زمانی خاصی صورت پذیرد، امکان ردیابی چند ماهواره در این بازه زمانی خاص وجود خواهد داشت؟
 - ◀ در صورتیکه در یک یا چند ایستگاه اندازه گیری پوشش فضایی ایستگاه با موانعی نظیر ساختمان های بلند و یا درخت محدود شده است، چه دقتی را می توان برای موقعیت ایستگاه اندازه گیری انتظار داشت؟
 - ◀ وضعیت ردیابی ماهواره های GPS و GLONASS برای یک سال در چند نقطه مختلف می بایست بررسی گردد. آیا امکان تهیه چنین گزارشی به طور خودکار وجود دارد؟
 - ◀ **مرحله ۱ - انتخاب محل نقاط:** در طراحی یک پروژه GPS نخستین مرحله انتخاب محل ایستگاه های اندازه گیری است. دو نکته در انتخاب محل ایستگاه های اندازه گیری حائز اهمیت است:
 - ◀ **دید آسمانی مناسب** (عدم وجود موانع و سطوح منعکس کنند در مجاورت ایستگاه اندازه گیری به نحوی که دسترسی به برخی از ماهواره ها را محدود کرده و یا باعث تحمیل خطای چند مسیری به اندازه گیری ها گردد)
 - ◀ **دسترسی آسان به محل اندازه گیری** (ترجیحاً می بایست نقاط در کنار جاده ها و یا در مناطقی که دسترسی به آنها به کمک وسایل نقلیه امکان پذیر باشد انتخاب گردند)
- « برای این منظور می توان از نقشه های بزرگ مقیاس نظیر نقشه های ۱:۲۵۰۰۰ استفاده کرد »

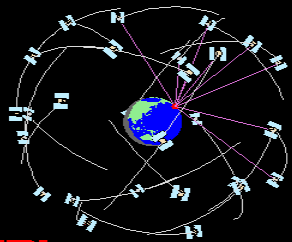


JPL

L. Romans

تعیین بازه زمانی مناسب برای اندازه گیری

- ◀ **مرحله ۲ - تعیین بازه زمانی مناسب اندازه گیری:** بازه زمانی اندازه گیری اصطلاحاً **session** نامیده می شود. یک پروژه GPS ممکن است متشکل از یک یا چند **session** باشد که در هر یک تمام و یا قسمتی از شبکه اندازه گیری می شود. تعیین بازه زمانی مناسب ممکن است بر مبنای معیارهای مختلفی صورت پذیرد. به عنوان مثال به لحاظ تعداد ماهواره های قابل ردیابی، بهترین بازه زمانی اندازه گیری فاصله زمانی است که در طول آن تعداد ماهواره های قابل ردیابی حداکثر تعداد ممکن باشد. در حالیکه در تعیین موقعیت نقاط با توجه به نقش وضعیت هندسی بخش فضایی در دقت نتایج بازه زمانی مناسب فاصله زمانی است که طی آن علاوه بر تعداد مناسب ماهواره ها، ماهواره های ردیابی شده از ساختار هندسه فضایی مناسبی نیز برخوردار باشند. بنابراین ممکن است که از اندازه گیری به برخی ماهواره ها در مرحله اندازه گیری چشم پوشی شود. **به این ترتیب** ممکن است از تلفیقی از معیارهای مختلف موجود برای انتخاب زمان بهینه اندازه گیری استفاده گردد تا در شرایط ایده آل دقت های پیش بینی شده برای موقعیت نقاط تحقق یابد. برای این کار ابزارهای مختلفی در نرم افزارهای طراحی شده برای این منظور پیش بینی شده است که در ادامه به بررسی و معرفی این ابزارها می پردازیم.
- ◀ **چارت های آزمون-ارتفاع:** در این چارت ها به کمک اطلاعات آزمون و زاویه ارتفاعی پرواز ماهواره های سیستم وضعیت دید یا امکان ردیابی ماهواره های مختلف در نقاط مختلف شبکه قابل بررسی است. از آنجا که محاسبه و ترسیم این اطلاعات در سیستم مختصات LG ملموس تر و قابل استفاده تر از محاسبه و نمایش این اطلاعات در یک سیستم ژئوسنتریک است، این پارامترها در چنین سیستم مختصاتی محاسبه و ترسیم می گردند.
- ◀ با توجه به مطالب جلسه قبل در خصوص معادله ترانسفورماسیون بین این دو سیستم، بردارهای پایه محورهای چنین سیستم مختصاتی نسبت به بردارهای پایه سیستم مختصات ژئوسنتریک از مولفه های زیر برخوردارند:



JPL

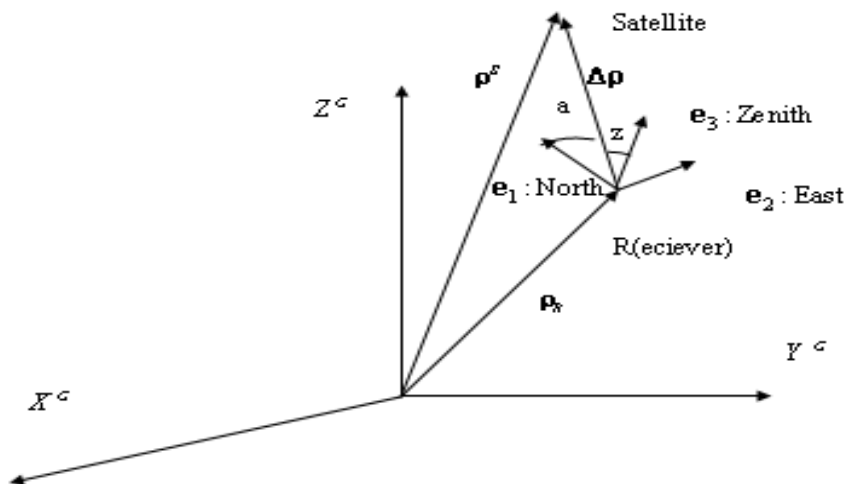
L. Romans

چارت های آزیموت - ارتفاع

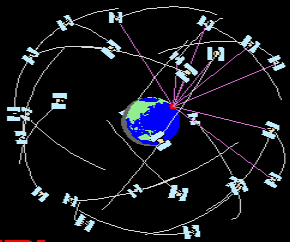
$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1 &= (-\sin\varphi\cos\lambda, -\sin\varphi\sin\lambda, \cos\varphi)^T \\ \mathbf{e}_2 &= (-\sin\lambda, -\cos\lambda, 0)^T \\ \mathbf{e}_3 &= (\cos\varphi\cos\lambda, \cos\varphi\sin\lambda, \sin\varphi)^T \end{aligned}$$

(28)

محور های این دو سیستم مختصات در شکل زیر مقایسه شده اند.



در این شکل بردار $\Delta\rho$ بردار یکه ای است که در امتداد بردار نسبی موقعیت ایستگاه و ماهواره قرار دارد. این بردار با استفاده از موقعیت تقریبی ایستگاه اندازه گیری و موقعیت تقریبی ماهواره (قابل استخراج از اطلاعات Almanac) با روابط زیر قابل محاسبه است:



چارت های آزیموت - ارتفاع، چارت ماهواره - زمان

$$\rho_R = \begin{bmatrix} (N + h) \cos \varphi \cos \lambda \\ (N + h) \cos \varphi \sin \lambda \\ \left(\frac{b^2}{a^2} N + h \right) \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (29)$$

(30)

$$\Delta \rho \cdot \mathbf{e}_1 = \sin z \cos a$$

$$\Delta \rho \cdot \mathbf{e}_2 = \sin z \sin a$$

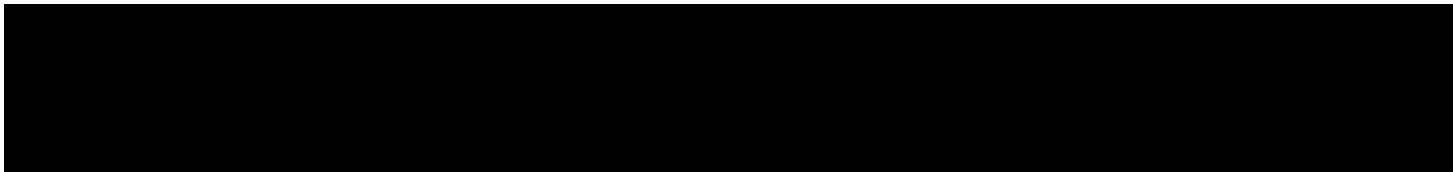
$$\Delta \rho \cdot \mathbf{e}_3 = \cos z$$

به این ترتیب آزیموت و زاویه زینتی ماهواره از روابط زیر قابل محاسبه است:

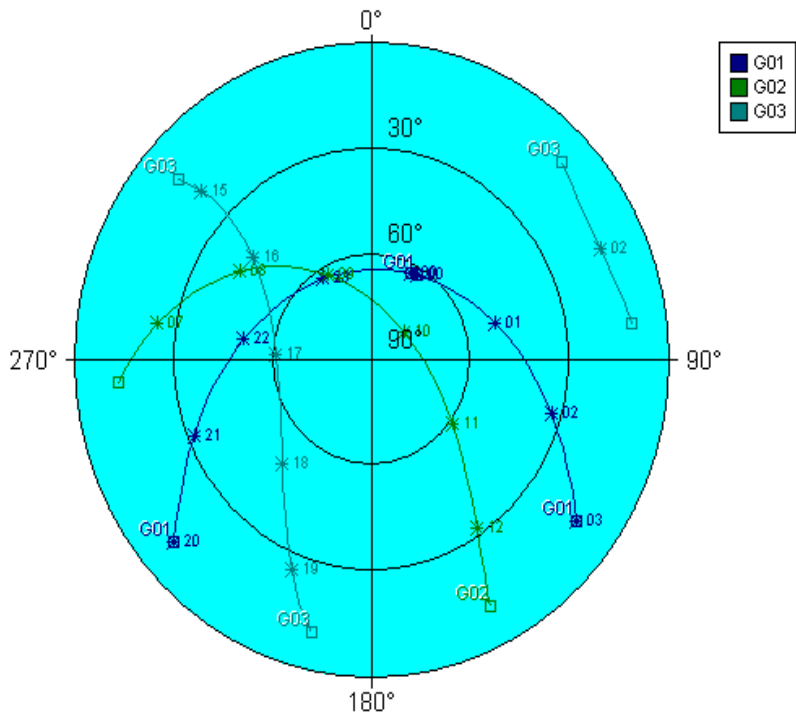
(31)

شکل بعد نمونه ای از این چارت را برای ایستگاهی در تهران با موقعیت جغرافیایی $\varphi = 35^{\circ}45'N$ و $\lambda = 51^{\circ}30'E$ و برای ماهواره های دو سیستم GPS و GLONASS نمایش می دهد.

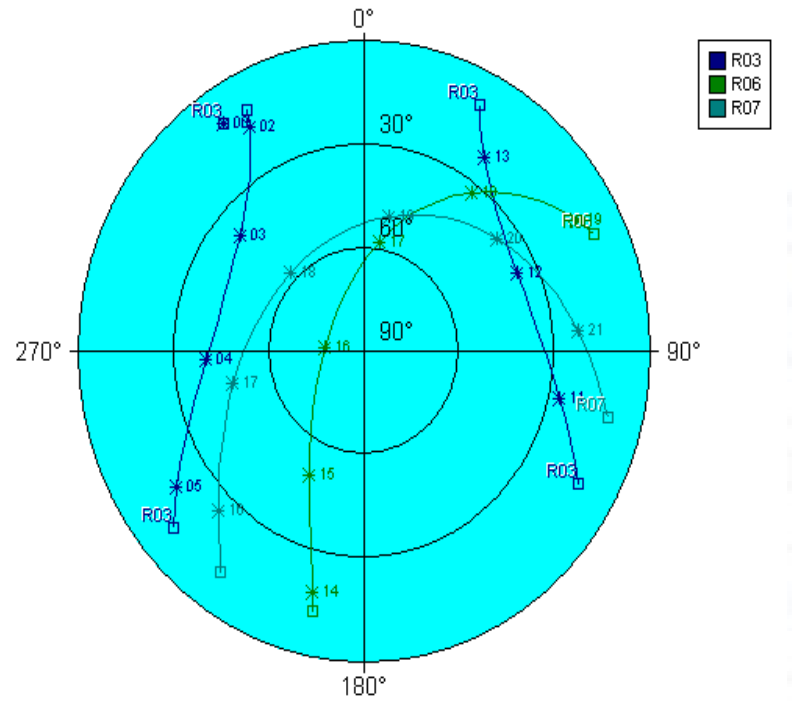
چارت ماهواره - زمان: این چارت بازه های زمانی را که طی آن ماهواره های مختلف قابل ردیابی هستند نمایش می دهد. بازه های زمانی رویت سه ماهواره شکل قبل در شکل بعد برای ماهواره های هر دو سیستم GPS و GLONASS نمایش داده شده است. به محدودیت زمانی ردیابی ماهواره های مختلف دقت کنید.



Sky Plot



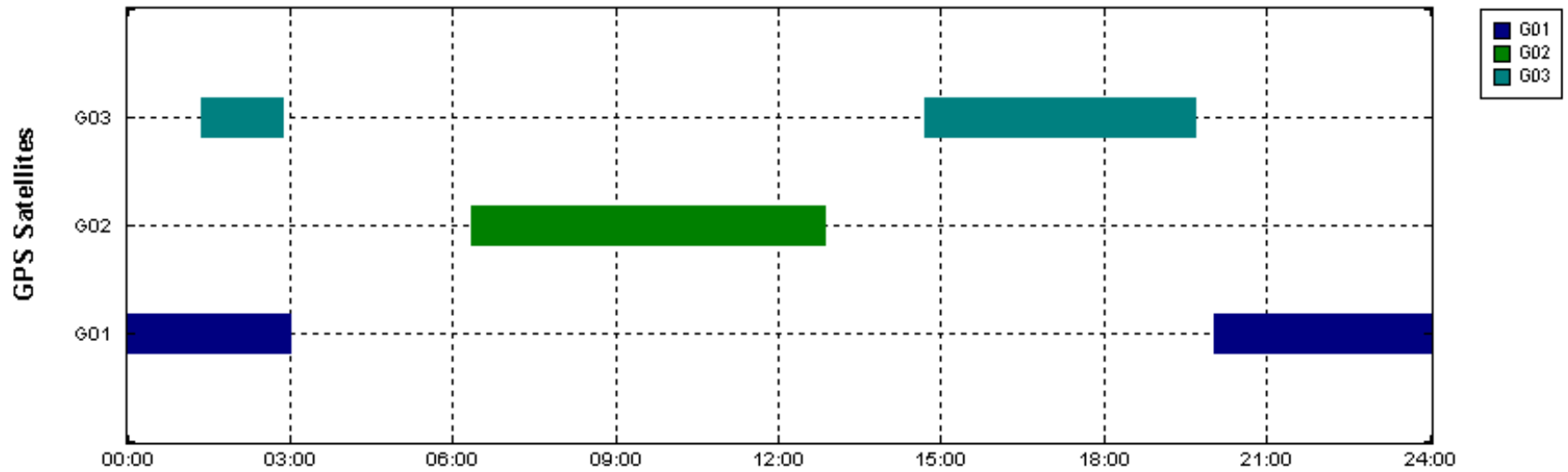
Sky Plot



Station Tehran,Iran North 35° 46' East 51° 30' Height 0m Elevation cutoff 10° Obstacles 0%
Satellites 3 GPS 3 [Tehran.alm]

Station Tehran,Iran North 35° 46' East 51° 30' Height 0m Elevation cutoff 10° Obstacles 0%
Satellites 3 Glonass 3 [Tehran.alm]

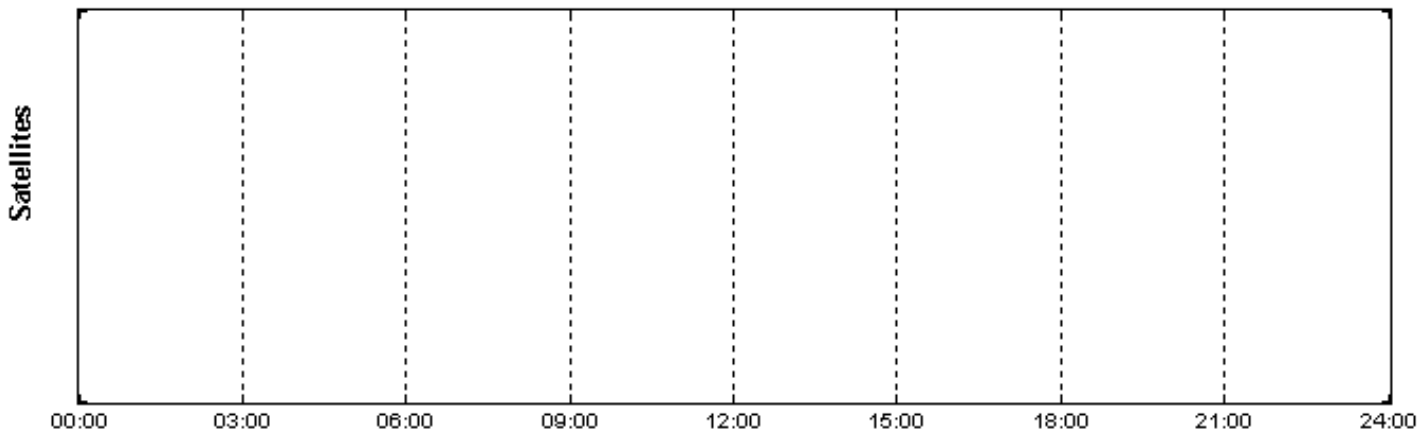
Visibility



Station Tehran, Iran North 35° 45' East 51° 30' Height 0m Elevation cutoff 10° Obstacles 0%
Satellites 6 GPS 3 Glonass 3 [Tehran.alm]

Time 2008/05/14 00:00 - 2008/05/15 00:00 (GMT+1.0h)

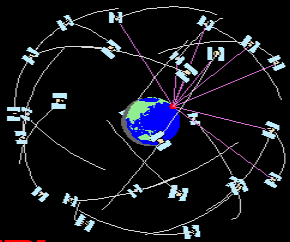
Visibility



Station Tehran, Iran North 35° 45' East 51° 30' Height 0m
Time 2008/05/14 00:00 - 2008/05/15 00:00 (GMT+1.0h)

Elevation cutoff 10° Obstacles 0%
Satellites 3 Glonass 3 [Tehran.alm]

مدل های ریاضی تعیین موقعیت در ژئودزی ماهواره ای



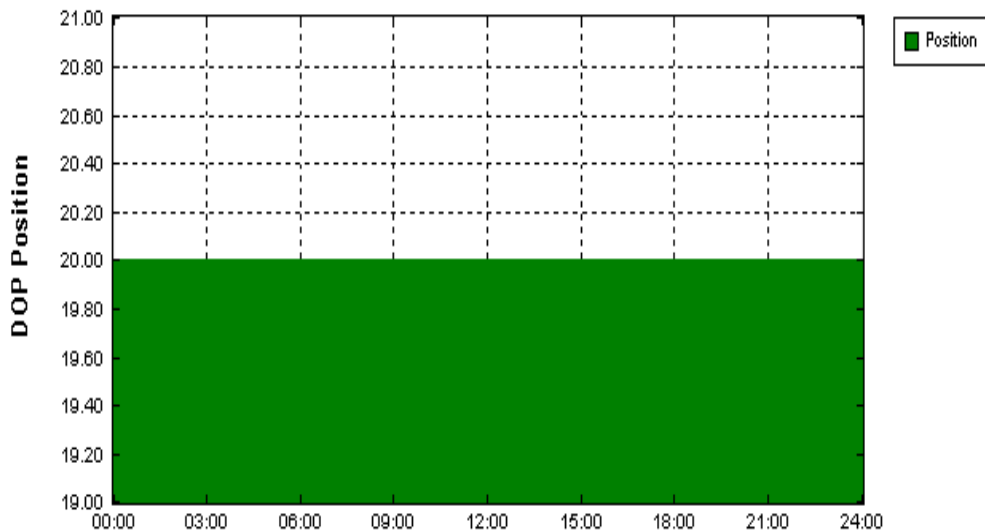
JPL

L. Romans

- چارت های ضریب دقت: یکی از معیار های مهم در انتخاب بازه زمانی بهینه برای انجام اندازه گیری با سیستم های تعیین موقعیت ماهواره ای نظیر GPS و GLONASS هندسه بخش فضایی این سیستم است: چنانکه در جلسه قبل ملاحظه شد، ماتریس کوفاکتور بردار مجهولات (موقعیت نقاط) با تغییر وضعیت هندسی ماهواره های سیستم GPS تغییر می کند. وضعیت هندسی ماهواره ها از طریق محاسبه و نمایش تغییرات زمانی معیار های مختلفی که برای محاسبه ضریب دقت تعریف شده مورد بررسی قرار می گیرد. این چارت ها به چارت های ضریب دقت معروفند. شکل بعد نمونه ای از این چارت ها را برای معیار PDOP و برای ترکیب های مختلفی از ماهواره های سیستم GPS نمایش می دهد. به تغییر ضریب دقت در ایستگاه مورد بحث برای حالتیکه تعداد ماهواره ها از سه ماهواره شکل های قبلی به ۲۸ ماهواره (تمام ماهواره های فعال سیستم در روز اندازه گیری) تغییر می کند دقت کنید!
- چنانکه از این شکل ملاحظه می شود در صورت ردیابی تمام ماهواره های سیستم GPS از ایستگاه مورد بحث ندرتاً وضعیت هندسی بخش فضایی در شرایط نا مناسبی قرار می گیرد! در عمل از آنجا مشاهدات با زاویه ارتفاعی کم (زاویه زینتی زیاد) به شدت تحت تاثیر منابع بایاس مهمی نظیر تاخیر یونسفری و چند مسیری قرار دارند، تنها از مشاهداتی که در زاویه ارتفاعی مناسبی قرار دارند استفاده می شود.
- انتخاب زاویه ارتفاعی قابل قبول متناسب با شرایط ایستگاه اندازه گیری (اینکه سطوح منعکس کننده ای در نزدیکی ایستگاه اندازه گیری قرار دارد یا خیر و در صورت وجود این سطوح سیگنالهای با چه زاویه زینتی را احتمالاً منعکس خواهند کرد)، وضعیت فعالیت های خورشیدی و زمان اندازه گیری تغییر می نماید. بنابراین در برنامه ریزی برای انجام مشاهدات در ایستگاه های مختلف یک شبکه ممکن است ماهواره های مختلفی از پروسه اندازه گیری حذف گردند.

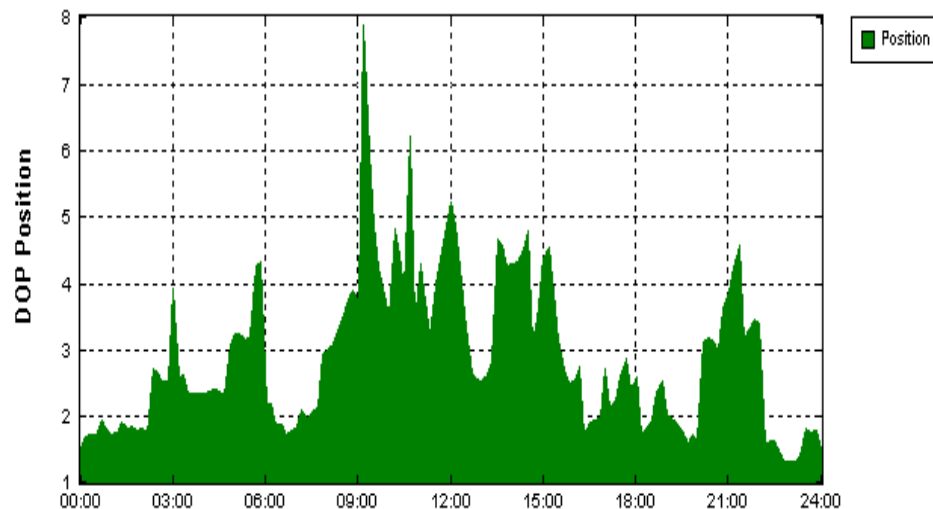
PDOP ماهواره های سیستم GPS در دو حالت (الف) تنها سه ماهواره شکل های قبل و (ب) تمام ماهواره های سیستم - ردیابی همزمان ۲۸ ماهواره

DOP Position

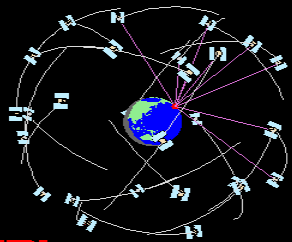


Station Tehran,Iran North 35° 45' East 51° 30' Height 0m Elevation cutoff 10° Obstacles 0%
Time 2008/05/14 00:00 - 2008/05/15 00:00 (GMT+1.0h) Satellites 3 GPS 3 [Tehran.alm]

DOP Position



Station Tehran,Iran North 35° 45' East 51° 30' Height 0m Elevation cutoff 10° Obstacles 0%
Time 2008/05/14 00:00 - 2008/05/15 00:00 (GMT+1.0h) Satellites 28 GPS 28 [Tehran.alm]



JPL

L. Romans

چارت های ضریب دقت، چارت زاویه ارتفاعی

علاوه بر این چنانکه قبلاً اشاره شد، در طول مدت اندازه گیری در هر نقطه تنها ماهواره های مشخصی بالای افق دید گیرنده مستقر در آن موقعیت جغرافیایی خاص قرار می گیرد. بنابراین عملاً هیچگاه امکان ردیابی همزمان تمام ماهواره ها وجود نداشته و PDOP نمایش داده شده در شکل قبل هیچگاه در عمل تحقق نمی یابد. این موضوع در **شکل بعد** برای دو ساعت اول روز ۱۴ ماه May سال ۲۰۰۸ میلادی (۲۵ اردیبهشت سال ۱۳۸۷) در ایستگاه مورد بحث نمایش داده شده است. چنانکه ملاحظه می کنید تنها تعداد محدودی از ماهواره های سیستم GPS در طول این مدت قابل ردیابی هستند.

چارت زاویه ارتفاعی: با توجه به اهمیت زاویه ارتفاعی در نرم افزار های **planning** غالباً امکان تهیه نمودار هایی که تغییرات زاویه ارتفاعی ماهواره های قابل رویت را در طول مدتی که امکان ردیابی آنها نمایش می دهند وجود دارد.

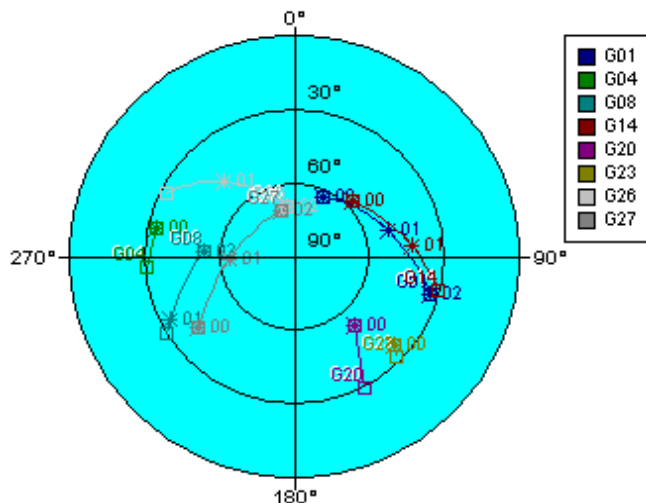
[خوشبختانه در کلیه نرم افزار های پردازش داده های GPS امکان حذف مشاهداتی که از زاویه ارتفاعی مناسبی برخوردار نیستند در مرحله پردازش پیش بینی شده است.]
شکل بعد نمونه ای از این چارت ها را برای ماهواره های قابل دید در طول دو ساعت اول از روز ۱۴ ماه May سال ۲۰۰۸ نمایش می دهد.

طول مدت اندازه گیری: مدت زمان پیش بینی شده برای انجام اندازه گیری ها اصطلاحاً به **session** شناخته می شود. با توجه به مطالب قبل دسترسی حداقل به چهار ماهواره در طول یک بازه زمانی خاص حداقل پیش نیاز لازم برای در نظر گرفتن این بازه زمانی به عنوان یک **session** اندازه گیری است. متناسب با توزیع زمانی ماهواره ها ممکن است در عمل بیش از یک **session** برای انجام اندازه گیری ها مورد نیاز باشد. **شکل بعد** چنین وضعیتی را برای ماهواره های سیستم GPS در ایستگاه و روز اندازه گیری مورد بحث نمایش می دهد. در این شکل به توزیع زمانی ماهواره دقت کنید! در چنین مواردی **session** های متوالی با شماره روز اندازه گیری در تقویم GPS (Day Of Year-DOY) و حروف **a**، **b** و ... از یکدیگر تفکیک می گردند.

تصمیم گیری در خصوص تعداد **session** های مورد نیاز یا به عبارت دیگر تصمیم گیری در خصوص طول مدت اندازه گیری مورد نیاز به عوامل مختلفی بستگی دارد. این عوامل عبارتند از:

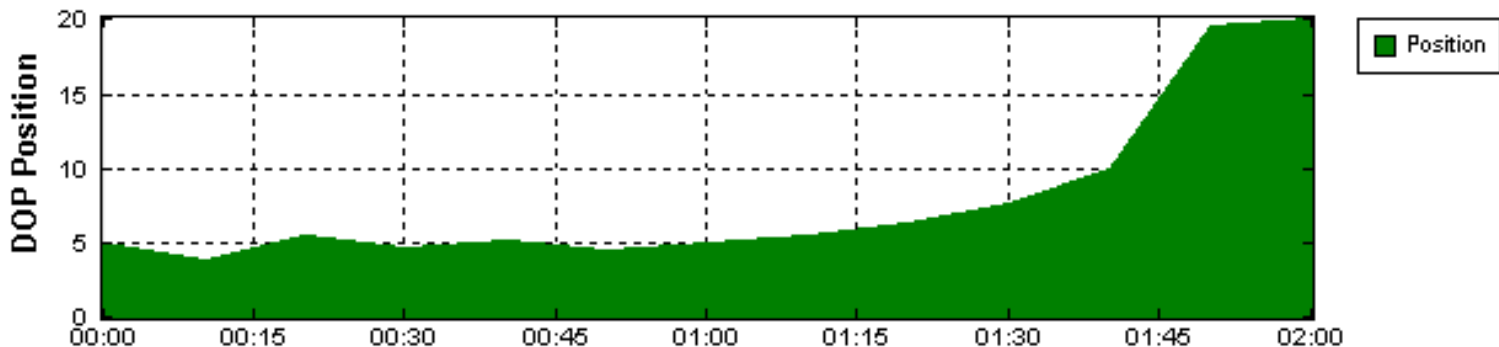
ماهواره های قابل ردیابی از سیستم GPS در دو ساعت اول از روز ۱۴ ماه May سال ۲۰۰۸ و تغییرات ضریب دقت PDOP طی این مدت

Sky Plot



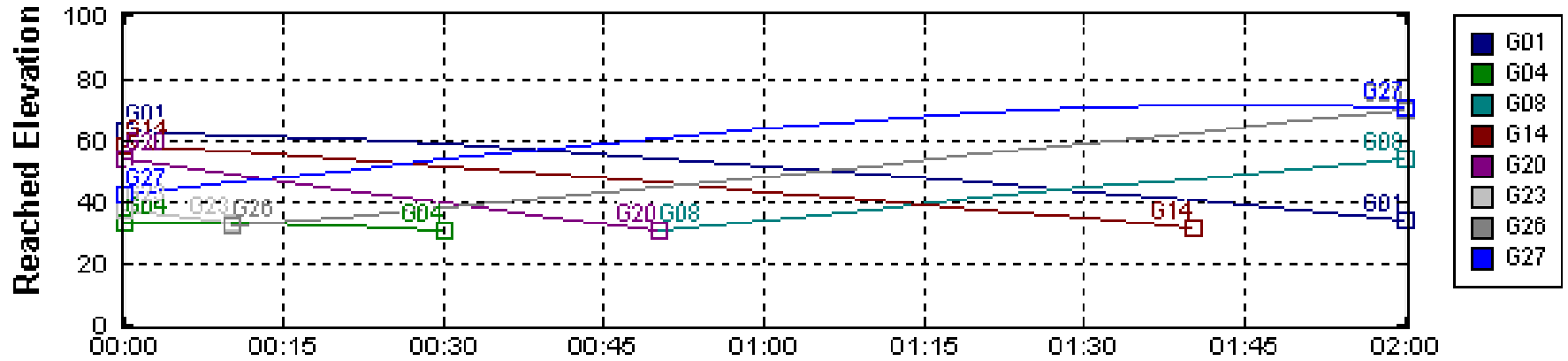
Station Tehran, Iran North 35° 45' East 51° 30' Height 0m Elevation cutoff 30° Obstacles 0%
 Time 2008/05/14 00:00 - 2008/05/14 02:00 (GMT+1.0h) Satellites 8 GPS 8 [Tehran.alm]

DOP Position



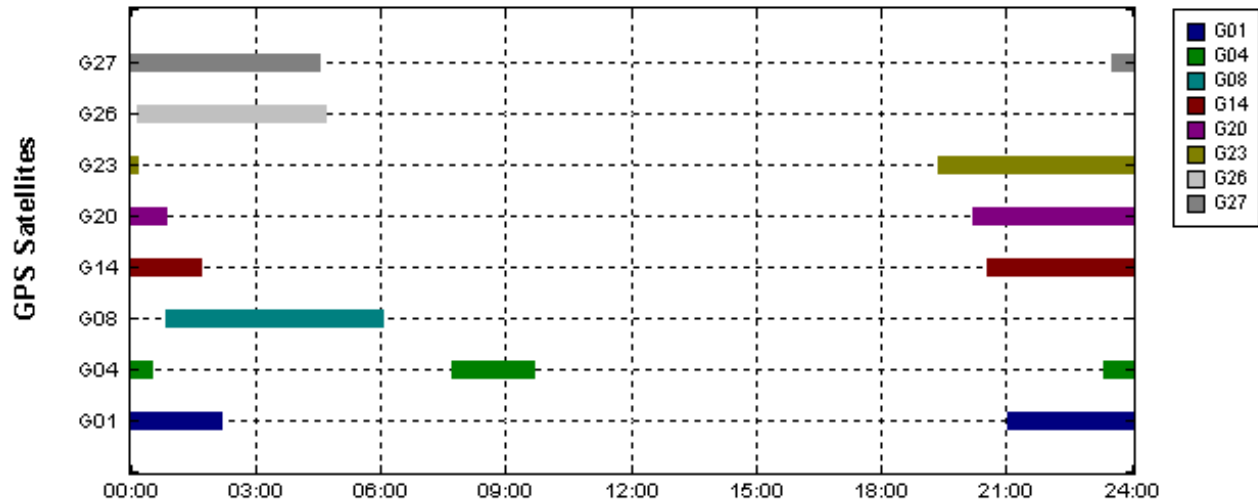
Station Tehran, Iran North 35° 45' East 51° 30' Height 0m Elevation cutoff 30° Obstacles 0%
 Time 2008/05/14 00:00 - 2008/05/14 02:00 (GMT+1.0h) Satellites 8 GPS 8 [Tehran.alm]

Elevation

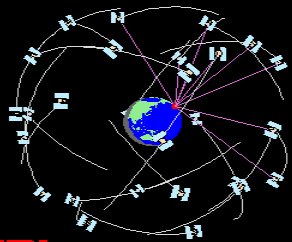


Station Tehran, Iran North 35° 45' East 51° 30' Height 0m Elevation cutoff 30° Obstacles 0%
 Time 2008/05/14 00:00 - 2008/05/14 02:00 (GMT+1.0h) Satellites 8 GPS 8 [Tehran.alm]

Visibility



Station Tehran, Iran North 35° 45' East 51° 30' Height 0m Elevation cutoff 30° Obstacles 0%
 Time 2008/05/14 00:00 - 2008/05/15 00:00 (GMT+1.0h) Satellites 8 GPS 8 [Tehran.alm]



JPL

L. Romans

تعیین مدت زمان اندازه گیری

اندازه طول باز در تعیین موقعیت نسبی

هندسه بخش فضایی

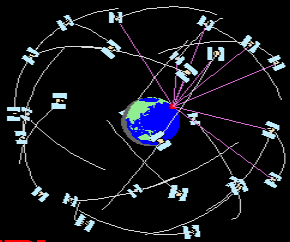
تعداد ماهواره های قابل رویت از ایستگاه اندازه گیری و در نتیجه زاویه ارتفاعی مورد نظر در ردیابی ماهواره ها

کیفیت مشاهدات یا نسبت سیگنال به نویز (SNR) در اندازه گیری ها

از آنجا که حل ابهام فاز در طول های باز بزرگ مشکل تراز حل ابهام فاز در طول های باز کوچک است (به عبارت دیگر در طول های بزرگتر ممکن است تعدادی از پارامترهای ابهام فاز حل نشده باقی بمانند) مدت زمان اندازه گیری مورد نیاز برای رسیدن به سطح مشخصی از دقت برای نتایج در طول های باز بزرگتر (شبکه های بزرگتر) بیشتر از طول های باز کوچکتر (شبکه های کوچکتر) است.

جدول زیر معیاری از حداقل زمان اندازه گیری لازم را در اندازه گیری طول های باز با بزرگی مختلف در شرایط اندازه گیری ایده آل نمایش می دهد.

Baseline [km]	Session length [min]
1	20-35
5	25-45
10	35-60
20	55-90



1. Blewitt G. (1997), Basics of the GPS Technique: Observation Equations. In: Geodetic Applications of GPS, Swedish Land Survey.
2. Hoffman-Wellenhof, B., H. Lichtenegger, and J. Collins (2001), Global Positioning System, Theory and Practice, Fifth revised edition, Springer Wien. New York.
3. Trimble Co. (2002), Trimble Total Control Planning Software, User Manual.