



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
Prof. Ali Ghaffari

Advanced Control Systems (I)

School of Mechanical Engineering
Dynamics and Control
2017-2018

Assignments #3

Due Date: 2017/November/04

TA: Hamid Rahmani

قسمت اول: لطفاً حل هر دو سوال را به صورت دستی بنویسید.

سوال شماره یک

معادلات فضای حالت یک سیستم دینامیکی نامتغیر با زمان به صورت $\begin{cases} \frac{d}{dt}x = Ax \\ x(0) = x_0 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. می‌دانیم برای محاسبه پاسخ این سیستم، ابتدا بایستی ماتریس انتقال حالت $\phi(t)$ را به دست آوریم. سپس پاسخ سیستم عبارت خواهد بود از:

$$x(t) = \phi(t)x_0 \quad (1-1)$$

الف: فرض کنید ماتریس A برابر $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ باشد. در این صورت، $\phi(t)$ را به دو روش «معکوس تبدیل لاپلاس» و «قطری سازی» محاسبه نمایید؟ و صحت پاسخ خود را با مقایسه دو روش بررسی کنید؟ آن‌گاه پاسخ $x(t)$ را به ازاء شرایط اولیه $x_0 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}^T$ محاسبه کنید؟ مدهای رفتاری این سیستم را بنویسید؟

ب: فرض کنید ماتریس A برابر $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$ باشد. در این صورت، $\phi(t)$ را به دو روش «معکوس تبدیل لاپلاس» و «حل مستقیم» محاسبه نمایید؟ و صحت پاسخ خود را با مقایسه دو روش بررسی کنید؟ آن‌گاه پاسخ $x(t)$ را به ازاء شرایط اولیه $x_0 = \begin{bmatrix} -0.5 & -3 \end{bmatrix}^T$ محاسبه کنید؟ مدهای رفتاری این سیستم را بنویسید؟

ج: فرض کنید ماتریس A برابر $\begin{bmatrix} -3 & 8 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$ باشد. در این صورت، $\phi(t)$ را به دو روش «قطری سازی» و «حل مستقیم» محاسبه نمایید؟ و صحت پاسخ خود را با مقایسه دو روش بررسی کنید؟ آن‌گاه پاسخ $x(t)$ را به ازاء شرایط اولیه $x_0 = \begin{bmatrix} -2 & 3 \end{bmatrix}^T$ محاسبه کنید؟ مدهای رفتاری این سیستم را بنویسید؟

د: فرض کنید معادلات حالت یک سیستم دینامیکی نامتغیر با زمان به صورت $\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}x + \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 4 \end{bmatrix}x + 0.5u \end{cases}$ داده شده باشد. پاسخ $y(t)$

را به ازاء شرایط اولیه $x_0 = \begin{bmatrix} -0.5 & -3 \end{bmatrix}^T$ و ورودی پله واحد محاسبه کنید؟ (می‌توانید از ماتریس انتقال حالت قسمت (ب) استفاده کنید!)

سوال شماره دو

فرض کنید تابع تبدیل بین ورودی u و خروجی y از یک سیستم دینامیکی نامتغیر با زمان به صورت $G(s) = \frac{1}{s+2} + \frac{s+3}{(s+1)^2+4}$ داده

شده است که معادلات فضای حالت آن به صورت $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$ بوده و داریم:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}, C = [1 \quad c_2 \quad c_3]$$

الف: اجزاء ماتریس‌های B و C را به طور کامل تعیین کنید؟

ب: پاسخ سیستم مذکور را به ورودی ضربه‌ای واحد محاسبه نمایید؟ (فرض کنید شرایط اولیه برابر با صفر باشد)

ج: پاسخ سیستم (بدون ورودی) به چه شرایط اولیه‌ای برابر پاسخ سیستم (بدون شرایط اولیه) به ورودی ضربه‌ای است؟

د: مقدار نهایی پاسخ سیستم به ورودی ضربه را به کمک قسمت (ب) به دست آورید؟

ه: آیا می‌توان به کمک «قضیه مقدار نهایی»، مقدار نهایی پاسخ سیستم به ورودی ضربه در قسمت (ب) را محاسبه نمود؟ اگر خیر، دلیل بیاورید؟
و اگر بله، مقدار نهایی را محاسبه کنید و با قسمت (د) مقایسه کنید؟

قسمت دوم: کدنویسی در نرم‌افزار MATLAB، لطفاً پرینت گرفته و به انتهای قسمت قبل ضمیمه کنید.

سوال اول

برای محاسبه عبارت نمایی ماتریسی $\exp(A) = e^A$ در *MATLAB* از دستور `>> expm(A)` استفاده می‌شود.

الف: مقادیر عبارت‌های ماتریسی زیر را به دست آورید؟ (فرض کنید: ماتریس A برابر با $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -3 & 8 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$ باشد)

$$e^A, e^{tA}, e^{A^{-1}}, (e^A)^{-1} \quad (م-۱-۱)$$

ب: برای محاسبه ماتریس انتقال حالت $\phi(t)$ در *MATLAB* می‌توانید متغیر زمان را به صورت یک متغیر نمادین یا «*symbolic*» تعریف کنید و آن‌گاه ماتریس انتقال حالت $\phi(t) = \exp(At) = e^{At}$ را به دست آورید.

یک تابع در محیط *MFILE* در *MATLAB* برای محاسبه ماتریس انتقال حالت $\phi(t)$ بنویسید.

ماتریس انتقال حالت را به ازاء مقادیر مختلف ماتریس A به دست آورید؟ و با نتایجی که در **سوال شماره یک قسمت اول** به دست آورده‌اید

مقایسه کنید؟ (فرض کنید: ماتریس A برابر با $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -3 & 8 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$ باشد)

سوال دوم

قسمت (د) از **سوال شماره یک در قسمت اول** را که قبلاً به صورت تحلیلی حل کرده‌اید و پاسخ آن را به دست آورده‌اید، این‌جا به کمک روش حل عددی (انتخاب روش حل عددی دلخواه) در بازه زمانی $t \in [0, 30]$ ثانیه حل کنید؟ سپس پاسخ تحلیلی و پاسخ حل عددی را در یک نمودار قرار دهید و صحت پاسخ عددی خود را با حل تحلیلی مقایسه کنید؟ (X_1 , X_2 و Y)

۱- مهلت تحویل تمرین سری ۲، ۱۰ روز است. لطفاً تمرین‌ها را تا ساعت ۱۲ ظهر روز شنبه ۱۳ آبان ماه تحویل بدهید.

۲- در صورتی که نیاز به راهنمایی برای حل هر کدام از سوال‌ها دارید، می‌توانید به این‌جانب مراجعه کنید.

۳- لطفاً تمرین‌ها را به صورت انفرادی حل کنید. تمرین‌های دانشجویان مشابه هم نباشد.

۴- ایمیل درس کنترل پیشرفته ۱: hrahmani@mail.kntu.ac.ir

۵- سایت درس کنترل پیشرفته ۱: wp.kntu.ac.ir/hrahmani/teach_assist.html

موفق باشید.