پاسخ‌های قسمت اول:

پاسخ سوال شماره یک

پاسخ قسمت الف:

محاسبه ماتریس انتقال حالت:

می‌دانیم برای محاسبه ماتریس انتقال حالت بایستی از معادله دیفرانسیل ماتریسی زیر استفاده کنیم:

$$\dot{\Phi}(t,t_0)=A(t)\Phi(t,t_0) \;\Rightarrow\; \begin{bmatrix}\dot{\phi}_{11}(t,t_0) & \dot{\phi}_{12}(t,t_0)\\ \dot{\phi}_{21}(t,t_0) & \dot{\phi}_{22}(t,t_0)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & e^{-3t}\\ 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\phi_{11}(t,t_0) & \phi_{12}(t,t_0)\\ \phi_{21}(t,t_0) & \phi_{22}(t,t_0)\end{bmatrix} \qquad (۱-۱)$$

که شرایط اولیه مربوط به آن عبارت است از:

$$\Phi(t_0,t_0)=I_{2\times 2} \;\Rightarrow\; \begin{bmatrix}\phi_{11}(t_0,t_0) & \phi_{12}(t_0,t_0)\\ \phi_{21}(t_0,t_0) & \phi_{22}(t_0,t_0)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \qquad (۲-۱)$$

یعنی باید چهار معادله دیفرانسیل معمولی مرتبه دو به صورت زیر را حل کنیم:

$$\begin{aligned}
&\dot{\phi}_{11}(t,t_o)=-\phi_{11}(t,t_0)+e^{-3t}\phi_{21}(t,t_0) && (i)\\
&\dot{\phi}_{12}(t,t_0)=-\phi_{12}(t,t_0)+e^{-3t}\phi_{22}(t,t_0) && (ii)\\
&\dot{\phi}_{21}(t,t_0)=-\phi_{21}(t,t_0) && (iii)\\
&\dot{\phi}_{22}(t,t_0)=-\phi_{22}(t,t_0) && (iiii)
\end{aligned} \qquad (۳-۱)$$

همان طور که ملاحظه می‌شود, حل معادله ($iiii$-۳-۱) و (iii-۳-۱) ساده‌تر است. لذا داریم:

$$\begin{aligned}
&\dot{\phi}_{21}(t,t_0)=-\phi_{21}(t,t_0) \;\Rightarrow\; \phi_{21}(t,t_0)=a_1e^{-t}\\
&\dot{\phi}_{22}(t,t_0)=-\phi_{22}(t,t_0) \;\Rightarrow\; \phi_{22}(t,t_0)=b_1e^{-t}
\end{aligned} \qquad (۴-۱)$$

توجه شود که a_1 و b_1 در رابطه (۱-۴), ضرایب مجهولی هستند که به کمک شرایط اولیه (۱-۲) به دست می‌آیند:

$$\begin{matrix}\phi_{21}(t_0,t_0)=0\\ \phi_{22}(t_0,t_0)=1\end{matrix} \;\Rightarrow\; \begin{matrix}\phi_{21}(t_0,t_0)=a_1e^{-t_0}\\ \phi_{22}(t_0,t_0)=b_1e^{-t_0}\end{matrix} \;\rightarrow\; \begin{matrix}a_1=0\\ b_1=e^{t_0}\end{matrix} \qquad (۵-۱)$$

و لذا پاسخ $\phi_{21}(t,t_0)$ و $\phi_{22}(t,t_0)$ عبارتست از:

$$\begin{aligned}
&\phi_{21}(t,t_0)=0\\
&\phi_{22}(t,t_0)=e^{-(t-t_0)}
\end{aligned} \qquad (۶-۱)$$

برای محاسبه پاسخ $\phi_{11}(t,t_0)$ و $\phi_{12}(t,t_0)$ در رابطه (i-۳-۱) و (ii-۳-۱), با جانشانی از رابطه (۱-۶) در رابطه (۱-۳) داریم:

$$\begin{matrix}\dot{\phi}_{11}(t,t_0)=-\phi_{11}(t,t_0)+e^{-3t}\phi_{21}(t,t_0)\\ \dot{\phi}_{12}(t,t_0)=-\phi_{12}(t,t_0)+e^{-3t}\phi_{22}(t,t_0)\end{matrix} \;\Rightarrow\; \begin{matrix}\dot{\phi}_{11}(t,t_0)=-\phi_{11}(t,t_0) & (i)\\ \dot{\phi}_{12}(t,t_0)=-\phi_{12}(t,t_0)+e^{-4t+t_0} & (ii)\end{matrix} \qquad (۷-۱)$$

پاسخ معادله (i-۷-۱) به سادگی برابر خواهد شد با: (شرایط اولیه از رابطه (۱-۲) به دست می‌آیند)

$$\dot{\phi}_{11}(t,t_0)=-\phi_{11}(t,t_0) \;\Rightarrow\; \phi_{11}(t,t_0)=e^{-(t-t_0)} \qquad (۸-۱)$$

و برای حل معادله (ii-۷-۱) داریم: (شرایط اولیه از رابطه (۱-۲) به دست می‌آیند)

$$\dot{\phi}_{12}(t,t_0) = -\phi_{12}(t,t_0) + e^{-4t+t_0} \implies \phi_{12}(t,t_0) = e^{-t}\phi_{12}(t_0,t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{-(t-\tau)} e^{t_0-4\tau} d\tau \qquad (۹-۱)$$

که پس از ساده‌سازی و حل معادله فوق داریم:

$$\phi_{12}(t,t_0) = \frac{1}{3} e^{-(t-t_0)} (e^{-3t_0} - e^{-3t}) \qquad (۱۰-۱)$$

و لذا ماتریس انتقال حالت این سیستم متغیر با زمان, عبارت است از:

$$\Phi(t,t_0) = \begin{bmatrix} \phi_{11}(t,t_0) & \phi_{12}(t,t_0) \\ \phi_{21}(t,t_0) & \phi_{22}(t,t_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-(t-t_0)} & \frac{1}{3} e^{-(t-t_0)} (e^{-3t_0} - e^{-3t}) \\ 0 & e^{-(t-t_0)} \end{bmatrix} \qquad (۱۱-۱)$$

محاسبه پاسخ بردار حالت $X(t) = [x_1(t) \quad x_2(t)]^T$:

برای محاسبه پاسخ بردار حالت از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$X_{2\times1}(t) = \left[\Phi(t,t_0) X_{2\times1}(0) + \int_{t_0}^{t} \Phi(t,\tau) B(\tau) u(\tau) d\tau\right] \qquad (۱۲-۱)$$

با جانشانی مقادیر پارامترها در رابطه فوق داریم:

$$X(t) = \begin{bmatrix} e^{-(t-t_0)} & \frac{1}{3} e^{-(t-t_0)} (e^{-3t_0} - e^{-3t}) \\ 0 & e^{-(t-t_0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} + \int_{t_0}^{t} \begin{bmatrix} e^{-(t-\tau)} & \frac{1}{3} e^{-(t-\tau)} (e^{-3\tau} - e^{-3t}) \\ 0 & e^{-(t-\tau)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} d\tau \qquad (۱۳-۱)$$

که با ساده‌سازی رابطه فوق خواهیم داشت:

$$X(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} e^{-(t-t_0)} (e^{-3t} - e^{-3t_0}) \\ e^{-(t-t_0)} \end{bmatrix} + \int_{t_0}^{t} \begin{bmatrix} e^{-(t-\tau)} \\ 0 \end{bmatrix} d\tau = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} e^{-(t-t_0)} (e^{-3t} - e^{-3t_0}) \\ e^{-(t-t_0)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \int_{t_0}^{t} e^{-(t-\tau)} d\tau \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$X(t) = \left\{\begin{bmatrix} \frac{1}{3} e^{-(t-t_0)} (e^{-3t} - e^{-3t_0}) \\ e^{-(t-t_0)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 - e^{-(t-t_0)} \\ 0 \end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix} 1 + \left(-e^{t_0} - \frac{1}{3} e^{-2t_0}\right) e^{-t} + \frac{1}{3} e^{t_0-4t} \\ -e^{-(t-t_0)} \end{bmatrix} \qquad (۱۴-۱)$$

پاسخ قسمت ب:

برای محاسبه پاسخ خروجی $y(t)$ داریم:

$$Y_{1\times1}(t) = C_{1\times2}(t) X_{2\times1}(t) + D_{1\times1}(t) u_{1\times1}(t) \qquad (۱۵-۱)$$

و لذا با جانشانی مقادیر خواهیم داشت:

$$y(t) = [-2 \quad e^{-2t}] \begin{bmatrix} 1 + \left(-e^{t_0} - \frac{1}{3} e^{-2t_0}\right) e^{-t} + \frac{1}{3} e^{t_0-4t} \\ e^{-(t-t_0)} \end{bmatrix} + 2 \times 1 \qquad (۱۶-۱)$$

و با ساده‌سازی رابطه فوق داریم:

$$y(t) = \left\{-2 + \left(2e^{t_0} + \frac{2}{3} e^{-2t_0}\right) e^{-t} - \frac{2}{3} e^{t_0-4t} - e^{-3t+t_0}\right\} + 2 \implies$$

$$y(t) = \left(2e^{t_0} + \frac{2}{3} e^{-2t_0}\right) e^{-t} - \frac{2}{3} e^{t_0-4t} - e^{-3t+t_0} \qquad (۱۶-۱)$$

پاسخ سوال شماره دو

پاسخ الف:

مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس A_1:

برای محاسبه مقادیر ویژه هر ماتریس از رابطه $|\lambda I - A| = 0$ استفاده می‌شود. لذا داریم:

$$\begin{vmatrix} \lambda & -1 \\ 2 & \lambda + 4.5 \end{vmatrix} = 0 \implies \lambda^2 + 4.5\lambda + 2 = 0 \to \begin{cases} \lambda_1 = -4 \\ \lambda_2 = \frac{-1}{2} \end{cases} \tag{۱-۲}$$

و چون دو مقدار ویژه حقیقی متمایز داریم, دو بردار ویژه مستقل خطی متناظر با آن‌ها خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} &for\ \lambda_1 \to \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 2 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^{(1)} \\ V_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \implies \begin{bmatrix} V_1^{(1)} \\ V_2^{(1)} \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}, \alpha \in R - \{0\} \\ &for\ \lambda_2 \to \begin{bmatrix} -0.5 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^{(2)} \\ V_2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \implies \begin{bmatrix} V_1^{(2)} \\ V_2^{(2)} \end{bmatrix} = \beta \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \beta \in R - \{0\} \end{aligned} \tag{۲-۲}$$

مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس A_2:

$$\begin{vmatrix} \lambda & 3.5 \\ 0 & \lambda \end{vmatrix} = 0 \implies \lambda^2 = 0 \to \begin{cases} \lambda_1 = 0 \\ \lambda_2 = 0 \end{cases} \tag{۳-۲}$$

چون دو مقدار ویژه حقیقی تکراری داریم, و رابطه $rank\left\{\begin{bmatrix} 0 & 3.5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\right\} = 1 = n - \alpha$ برقرار است, لذا $\alpha = 1$ بوده و $\alpha = 1$ بردار ویژه مستقل ($V^{(1)}$) و $n - \alpha = 1$ بردار ویژه تعمیم‌یافته ($\xi^{(11)}$) داریم:

$$\begin{aligned} &for\ \lambda_1 = 0 \to \begin{bmatrix} 0 & 3.5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^{(1)} \\ V_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \implies \begin{bmatrix} V_1^{(1)} \\ V_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \end{bmatrix}, \alpha \in R - \{0\} \\ &for\ \lambda_2 = 0 \to \begin{bmatrix} 0 & 3.5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1^{(11)} \\ \xi_2^{(11)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha \\ 0 \end{bmatrix} \implies \begin{bmatrix} \xi_1^{(11)} \\ \xi_2^{(11)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta \\ \frac{-\alpha}{3.5} \end{bmatrix}, \beta \in R - \{0\} \end{aligned} \tag{۴-۲}$$

مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس A_3:

$$\begin{vmatrix} \lambda & -4 \\ 1 & \lambda + 4 \end{vmatrix} = 0 \implies \lambda^2 + 4\lambda + 4 = 0 \to \begin{cases} \lambda_1 = -2 \\ \lambda_2 = -2 \end{cases} \tag{۵-۲}$$

و چون دو مقدار ویژه حقیقی تکراری داریم, و رابطه $rank\left\{\begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}\right\} = 1 = n - \alpha$ برقرار است, لذا $\alpha = 1$ بوده و $\alpha = 1$ بردار ویژه مستقل ($V^{(1)}$) و $n - \alpha = 1$ بردار ویژه تعمیم‌یافته ($\xi^{(11)}$) داریم:

$$\begin{aligned} &for\ \lambda_1 = -2 \to \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^{(1)} \\ V_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \implies \begin{bmatrix} V_1^{(1)} \\ V_2^{(1)} \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \alpha \in R - \{0\} \\ &for\ \lambda_2 = -2 \to \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1^{(11)} \\ \xi_2^{(11)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\alpha \\ \alpha \end{bmatrix} \implies \begin{bmatrix} \xi_1^{(11)} \\ \xi_2^{(11)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \end{bmatrix}, \beta \in R - \{0\} \end{aligned} \tag{۶-۲}$$

مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس A_4:

$$\begin{vmatrix} \lambda + 4 & -1 \\ 1 & \lambda + 4 \end{vmatrix} = 0 \implies \lambda^2 + 8\lambda + 5 = 0 \to \begin{cases} \lambda_1 = -4 - j \\ \lambda_2 = -4 + j \end{cases} \tag{۱-۲}$$

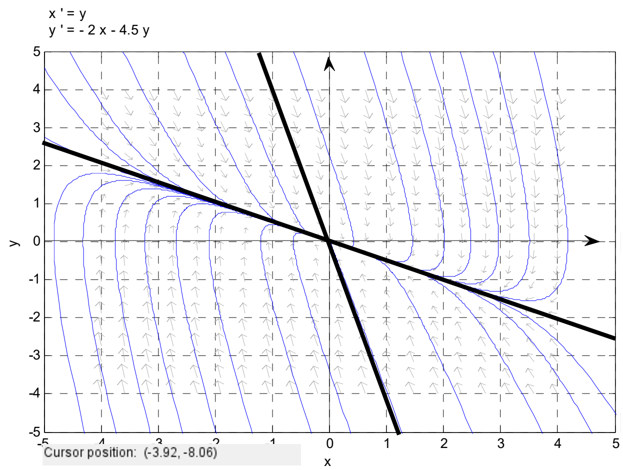
و چون دو مقدار ویژه مختلط متمایز داریم, دو بردار ویژه مستقل خطی متناظر با آن‌ها خواهیم داشت:

$$for\ \lambda_1 \ \rightarrow \ \begin{bmatrix} -j & -1 \\ 1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^{(1)} \\ V_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \ \Rightarrow \ \begin{bmatrix} V_1^{(1)} \\ V_2^{(1)} \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} j \\ 1 \end{bmatrix}, \alpha \in R - \{0\}$$

$$for\ \lambda_2 \ \rightarrow \ \begin{bmatrix} j & -1 \\ 1 & j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^{(2)} \\ V_2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \ \Rightarrow \ \begin{bmatrix} V_1^{(2)} \\ V_2^{(2)} \end{bmatrix} = \beta \begin{bmatrix} j \\ -1 \end{bmatrix}, \beta \in R - \{0\} \qquad (۲-۲)$$

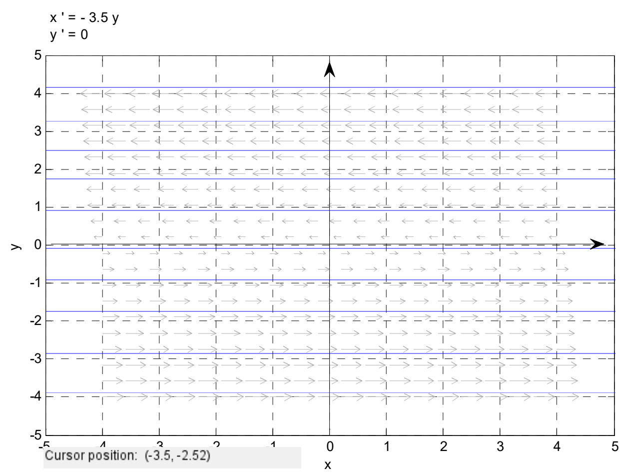
پاسخ ب:

مسیر حرکت سیستم اول:



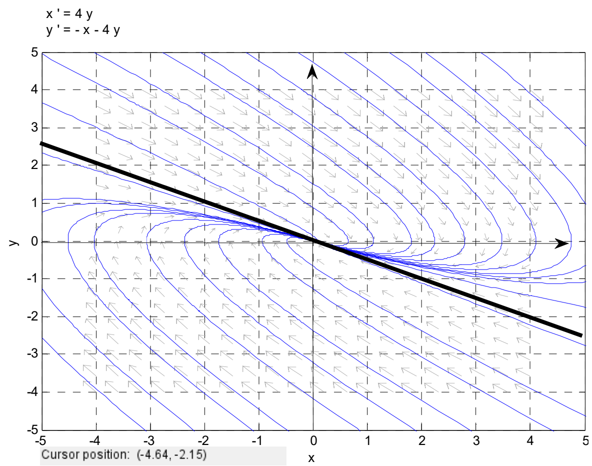
شکل ۲-۱-۱. مسیر حرکت برای سیستم $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -4.5 \end{bmatrix} x$

مسیر حرکت سیستم دوم:



شکل ۲-۱-۲. مسیر حرکت برای سیستم $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & -3.5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x$

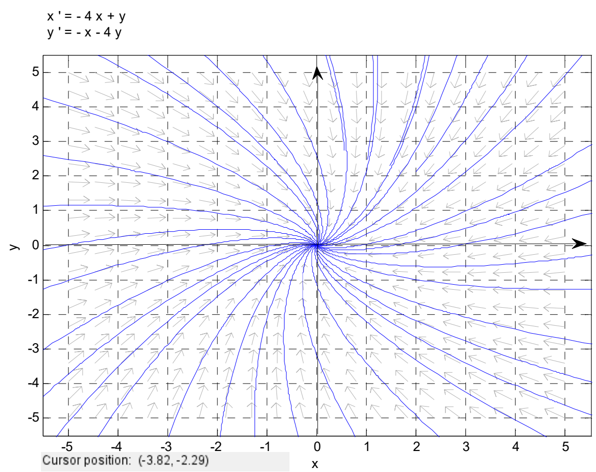
مسیر حرکت سیستم سوم:



شکل ۲-۱-۳. مسیر حرکت برای سیستم $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} x$

این سیستم دارای دو مقدار ویژه تکراری است و لذا یکی از بردارهای ویژه آن را ترسیم کرده‌ایم.

مسیر حرکت سیستم چهارم:



شکل ۲-۱-۴. مسیر حرکت برای سیستم $\dot{x} = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} x$

توجه شود که چون این سیستم دارای مقادیر ویژه مختلط است, لذا نمی‌توان بردارهای ویژه آن را در صفحه حقیقی ترسیم نمود.

پاسخ‌های قسمت دوم: (*MATLAB*)

پاسخ سوال اول:

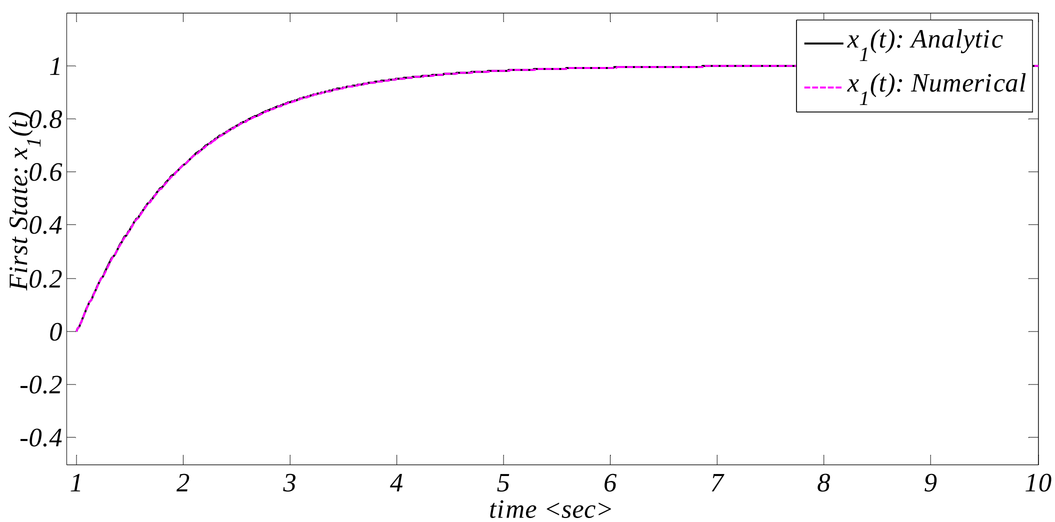
برای محاسبه پاسخ سیستم از روش حل عددی تقریبی اولر استفاده نموده و کد مربوطه در نرم‌افزار ***MATLAB*** در جدول (۲-۱-۱) آورده شده است.

جدول ۲-۱-۱. کد نوشته شده در نرم‌افزار ***MATLAB*** برای محاسبه عددی خروجی سیستم متغیر با زمان.

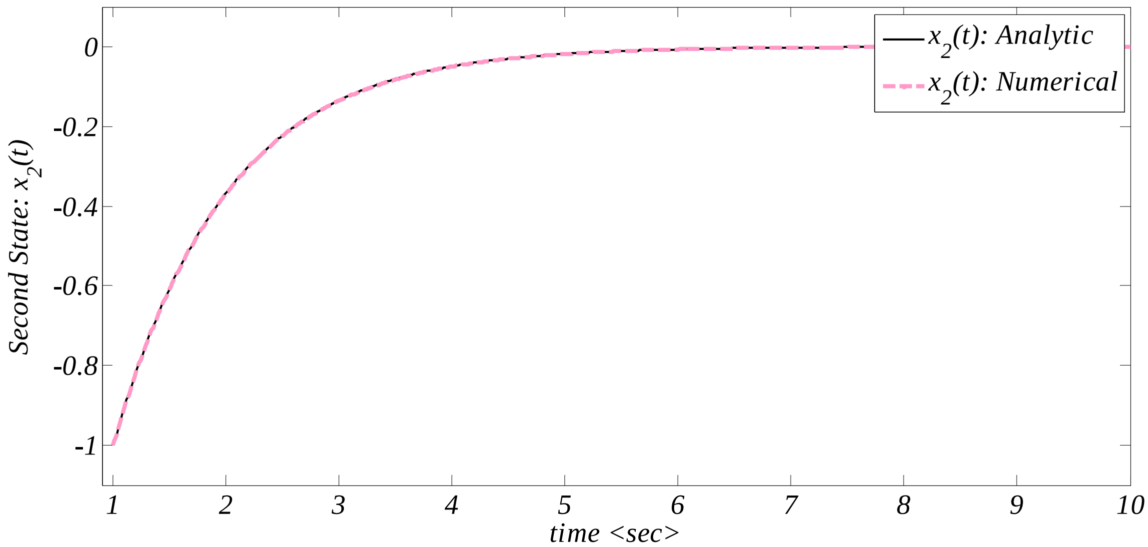
```
%%%%%%%%%%%%% NUMERICAL SIMULATION OF AN "LTV SYSTEM"
clear all;
close all;
clc;
%%%%%%%%%%%% TIME DOMAIN DISCRETIZATION
t0 = 1;
dt = 0.01;
tf = 10;
t = t0:dt:tf;
%%%%%%%%%%%%% PARAMETERS & IC's
t0 = 1;
x1(1) = 0;
```

```
x2(1) = -1;
y(1) = -2*x1(1)+exp(-2*t(1,1))*x2(1)+2;
%%%%%%%%%% NUMERICAL SOLUTION
for i = 1:length(t)-1
    x1 (i+1) = x1(i) + dt*(-x1(i)+exp(-3*t(1,i))*x2(i)+1);
    x2 (i+1) = x2(i) + dt*(-x2(i));
    y (i+1) = -2*x1(i+1)+exp(-2*t(1,i+1))*x2(i+1)+2;
end
%%%%%%%%%%%%% ANALYTICAL SOLUTION
z1 = 1+(-exp(t0)-(1/3).*exp(-2.*t0)).*exp(-t)+(1/3)*exp(t0-4.*t);
z2 = -exp(-(t-t0));
z = (2.*exp(t0)+(2/3).*exp(-2.*t0)).*exp(-1.*t)-(2/3).*exp(t0-4.*t)-exp(-3.*t+t0);
%%%%%%%%%%%%% FIGURES & PLOTS
figure (1)
plot (t,x1,t,z1,'linewidth',2)
xlabel ('time <sec>')
ylabel ('First State: x_1(t)')
legend ('x_1(t): Analytic','x_1(t): Numerical')
figure (2)
plot (t,x2,t,z2,'linewidth',2)
xlabel ('time <sec>')
ylabel ('Second State: x_2(t)')
legend ('x_2(t): Analytic','x_2(t): Numerical')
figure (3)
plot (t,y,t,z,'linewidth',2)
xlabel ('time <sec>')
ylabel ('Output: y(t)')
legend ('y(t): Analytic','y(t): Numerical')
figure (4)
plot (x1,x2,'linewidth',2)
xlabel ('x_1')
ylabel ('x_2')
legend ('Trajectory')
```

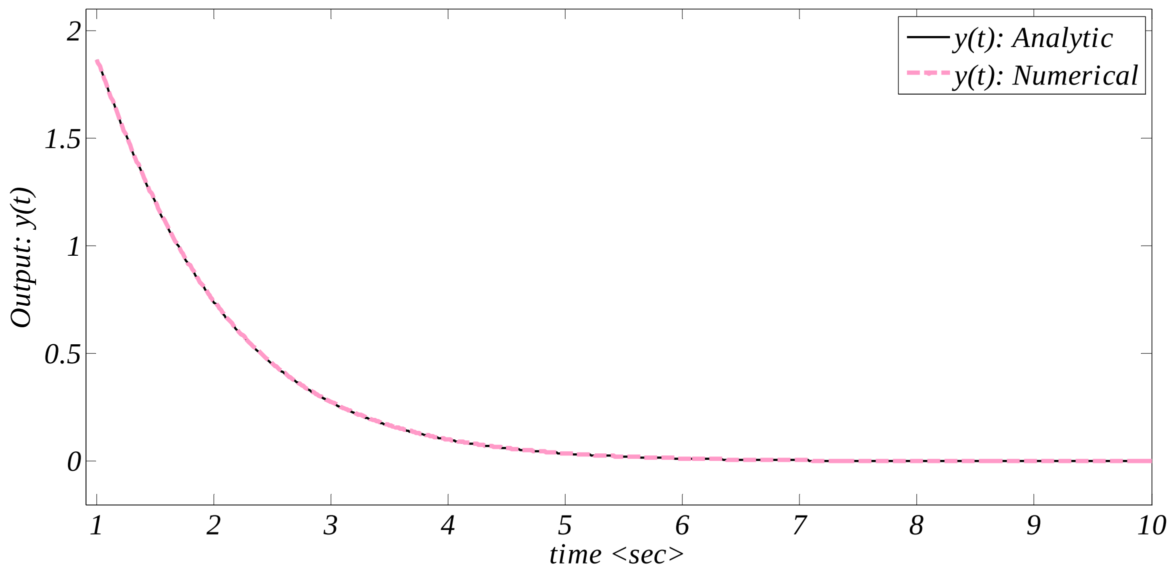
در ادامه پاسخ متغیرهای حالت اول و دوم و خروجی سیستم را به ترتیب در شکل‌های (۲-۱-۲-۱) تا (۲-۱-۲-۳) ترسیم می‌کنیم و برای بررسی صحت نتایج، پاسخ تحلیلی را نیز با پاسخ عددی مقایسه کرده‌ایم.



شکل ۲-۱-۲-۱. پاسخ حل عددی متغیر حالت اول، x_1 بر حسب زمان در بازه ۱ ثانیه تا ۱۰ ثانیه مقایسه آن با پاسخ تحلیلی x_1



شکل ۲-۱-۲-۲. پاسخ حل عددی متغیر حالت دوم، x_2، بر حسب زمان در بازه ۱ ثانیه تا ۱۰ ثانیه مقایسه آن با پاسخ تحلیلی x_2.



شکل ۲-۱-۲-۳. پاسخ حل عددی خروجی، $y(t)$، بر حسب زمان در بازه ۱ ثانیه تا ۱۰ ثانیه مقایسه آن با پاسخ تحلیلی $y(t)$.

پاسخ سوال دوم:

کد ***MATLAB*** برای ترسیم مسیر حرکت:

کد نوشته شده در نرم‌افزار ***MATLAB*** برای ترسیم مسیرهای حرکت سیستم‌های چهارگانه داده شده در جدول (۲-۱-۲) دیده می‌شود.

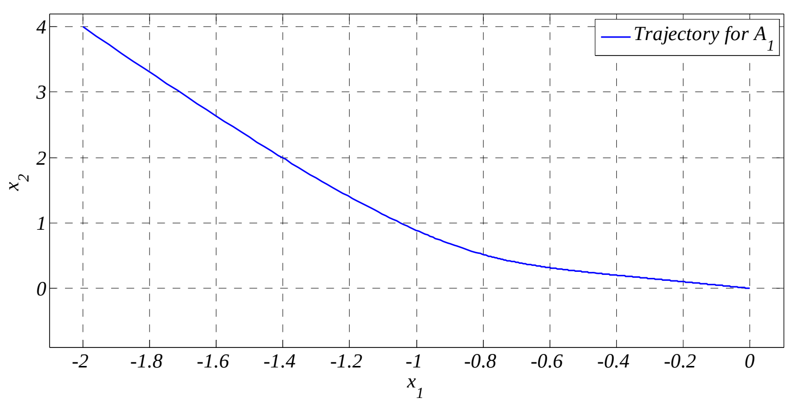
جدول ۲-۱-۲. کد نوشته شده در نرم‌افزار ***MATLAB*** برای حل عددی معادله فضای حالت و ترسیم مسیر حرکت مربوط به هر سیستم.

```
%%%%%%%%%%%%%% TRAJECTORY IN PHASE-PLANE
clear all;
close all;
clc;
%%%%%%%%%%%%%% TIME DOMAIN DISCRETIZATION
t0 = 0;
tf = 50;
dt = 0.01;
t = t0:dt:tf;
N = length(t);
%%%%%%%%%%%%% MATRIX ALLOCATIONS
A_1 = [0 1; -2 -4.5];
A_2 = [0 -3.5; 0 0];
A_3 = [0 4; -1 -4];
```

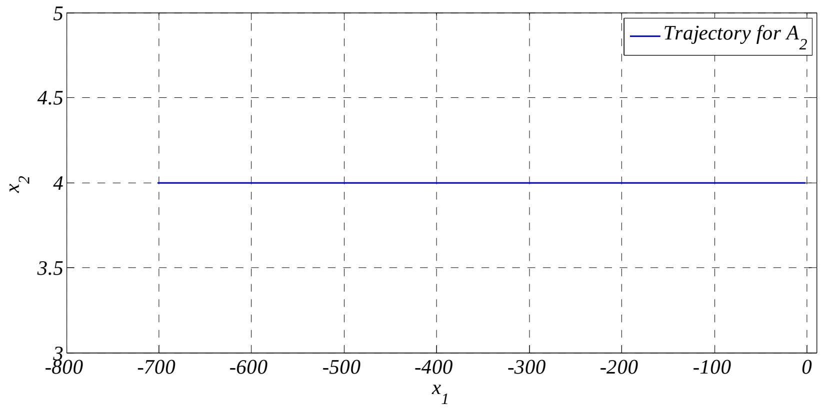
```
A_4 = [-4 1; -1 -4];
%%%%%%%%%%%% INITIAL VALUES
X_A_1 (:,1) = [-2; 4]; % for A_1
X_A_2 (:,1) = [-2; 4]; % for A_2
X_A_3 (:,1) = [-2; 4]; % for A_3
X_A_4 (:,1) = [-2; 4]; % for A_4
%%%%%%%%%%% TRAJECTORY FOR A_1
for i = 1:N-1
    X_A_1(:,i+1) = X_A_1(:,i) + dt*(A_1*X_A_1(:,i));
end
%%%%%%%%%%% TRAJECTORY FOR A_2
for i = 1:N-1
    X_A_2(:,i+1) = X_A_2(:,i) + dt*(A_2*X_A_2(:,i));
end
%%%%%%%%%%% TRAJECTORY FOR A_3
for i = 1:N-1
    X_A_3(:,i+1) = X_A_3(:,i) + dt*(A_3*X_A_3(:,i));
end
%%%%%%%%%%% TRAJECTORY FOR A_4
for i = 1:N-1
    X_A_4(:,i+1) = X_A_4(:,i) + dt*(A_4*X_A_4(:,i));
end

figure (1)
plot (X_A_1(1,:),X_A_1(2,:))
xlabel ('x_1')
ylabel ('x_2')
legend ('Trajectory for A_1')
figure (2)
plot (X_A_2(1,:),X_A_2(2,:))
xlabel ('x_1')
ylabel ('x_2')
legend ('Trajectory for A_2')
figure (3)
plot (X_A_3(1,:),X_A_3(2,:))
xlabel ('x_1')
ylabel ('x_2')
legend ('Trajectory for A_3')
figure (4)
plot (X_A_4(1,:),X_A_4(2,:))
xlabel ('x_1')
ylabel ('x_2')
legend ('Trajectory for A_4')
```

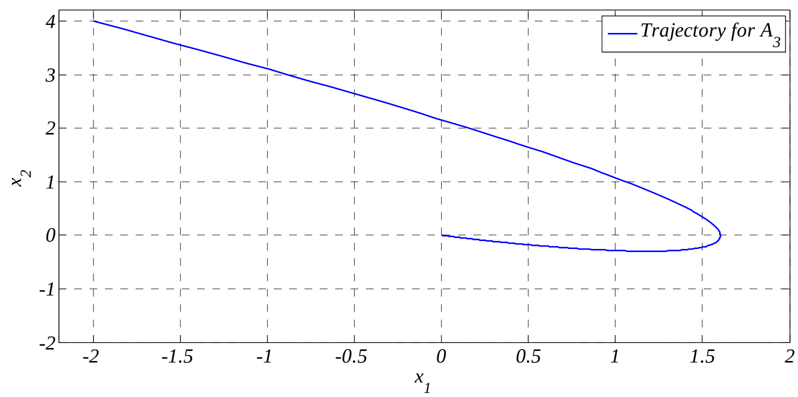
در ادامه مسیر حرکت هر سیستم به ازاء شرط اولیه داده شده در شکل‌های (۲-۲-۱) تا (۲-۲-۴) ترسیم شده است. (توجه کنید که می‌توانید با تغییر شرایط اولیه هرسیستم، مسیر حرکت مربوط به آن شرایط اولیه را برای هر سیستم ترسیم کنید)



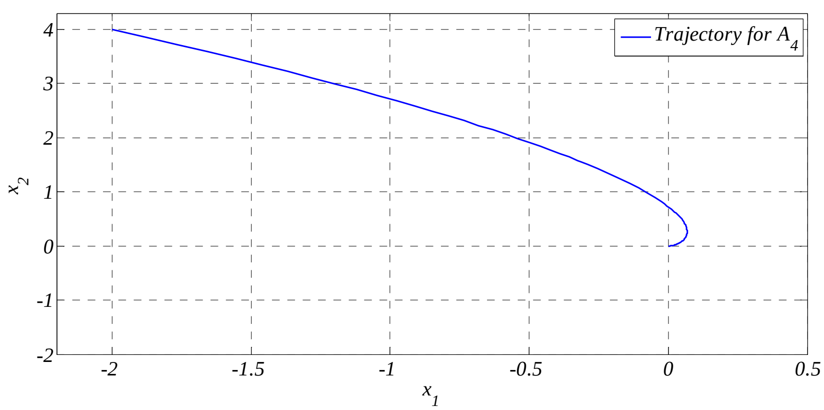
شکل ۲-۲-۱. ترسیم مسیر حرکت سیستم با در نظر گرفتن ماتریس A_1، شرط اولیه $X_0 = [-2 \quad 4]^T$ در سیستم $\dot{x} = Ax$



شکل ۲-۲-۲. ترسیم مسیر حرکت سیستم با در نظر گرفتن ماتریس A_2، شرط اولیه $X_0 = [-2 \quad 4]^T$ در سیستم $\dot{x} = Ax$



شکل ۲-۲-۳. ترسیم مسیر حرکت سیستم با در نظر گرفتن ماتریس A_3، شرط اولیه $X_0 = [-2 \quad 4]^T$ در سیستم $\dot{x} = Ax$



شکل ۲-۲-۴. ترسیم مسیر حرکت سیستم با در نظر گرفتن ماتریس A_4، شرط اولیه $X_0 = [-2 \quad 4]^T$ در سیستم $\dot{x} = Ax$