قسمت اول: لطفاً حل هر دو سوال را به صورت دستی بنویسید.

سوال شماره یک

معادلات فضای حالت یک سیستم دینامیکی متغیر با زمان به صورت $\begin{cases}\dot{x}(t)=A(t)x(t)+B(t)u(t)\\ y(t)=C(t)x(t)+D(t)u(t)\end{cases}$ با شرایط اولیه $x(t_0)=x_{t_0}$ را در نظر بگیرید. می‌دانیم برای محاسبه پاسخ این سیستم، ابتدا بایستی ماتریس انتقال حالت $\phi(t-t_0)$ را به دست آوریم. سپس پاسخ سیستم عبارت خواهد بود از:

$$y(t)=C(t)\left\{\phi(t,t_0)x_0+\int_{t_0}^{t}\phi(t-\xi,t_0)B(\xi)u(\xi)d\xi\right\}+D(t)u(t) \qquad (۱-۱)$$

الف: فرض کنید ماتریس‌های سیستم به صورت زیر بوده:

$$A=\begin{bmatrix}-1 & e^{-3t}\\ 0 & -1\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix}-2 & e^{-2t}\end{bmatrix},\ D=2 \qquad (۲-۱)$$

و زمان اولیه $t_0=1$ ثانیه باشد. هم‌چنین اگر شرایط اولیه به صورت $x(t_0)=x_{t_0}=\begin{bmatrix}0 & -1\end{bmatrix}^T$ بوده و ورودی به سیستم از نوع پله واحد باشد،

الف: ماتریس انتقال حالت سیستم را محاسبه نمایید و سپس پاسخ بردار حالت $x(t)=\begin{bmatrix}x_1(t) & x_2(t)\end{bmatrix}^T$ را به دست آورید؟

ب: پاسخ خروجی سیستم را محاسبه نمایید؟

سوال شماره دو

معادلات فضای حالت برای یک سیستم دینامیکی نامتغیر با زمان به صورت $\dot{x}(t)=Ax(t)$ است. چهار ماتریس حالت A مختلف به صورت زیر در نظر بگیرید و برای هر کدام از آن‌ها، خواسته‌های مسئله را برآورده کنید.

$$A_1=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -4/5\end{bmatrix},\ A_2=\begin{bmatrix}0 & -3/5\\ 0 & 0\end{bmatrix},\ A_3=\begin{bmatrix}0 & 4\\ -1 & -4\end{bmatrix},\ A_4=\begin{bmatrix}-4 & 1\\ -1 & -4\end{bmatrix} \qquad (۱-۲)$$

الف: مقادیر ویژه و بردارهای ویژه متناظر با آن‌ها را برای ماتریس حالت A محاسبه کنید؟

ب: نمودار مسیرهای حرکت سیستم (***Trajectory***) را در صفحه-فاز (صفحه x_1-x_2) ترسیم کنید؟ بردارهای ویژه را بر روی صفحه-فاز نمایش دهید؟ (حداقل ۴ مسیر حرکت برای هر نمودار در نظر بگیرید)

قسمت دوم: کدنویسی در نرم‌افزار MATLAB، لطفاً پرینت گرفته و به انتهای قسمت قبل ضمیمه کنید.

سوال اول

معادلات فضای حالت یک سیستم دینامیکی متغیر با زمان به صورت $\begin{cases}\dot{x}(t)=A(t)x(t)+B(t)u(t)\\ y(t)=C(t)x(t)+D(t)u(t)\end{cases}$ با شرایط اولیه $x(t_0)=x_{t_0}$ را در نظر بگیرید.

فرض کنید ماتریس‌های سیستم به صورت زیر بوده:

$$A=\begin{bmatrix} -1 & e^{-3t} \\ 3e^{-t} & -1 \end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix} te^{-3t} \\ 0 \end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix} 2 & \sin(t) \end{bmatrix},\ D=2e^{-t} \qquad (م-1-1)$$

و زمان اولیه $t_0=1$ ثانیه باشد. هم‌چنین اگر شرایط اولیه به صورت $x(t_0)=x_{t_0}=\begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}^T$ بوده و ورودی به سیستم از نوع پله واحد باشد، پاسخ بردار حالت $x(t)=\begin{bmatrix} x_1(t) & x_2(t) \end{bmatrix}^T$ و خروجی را تا زمان $t_f=6$ ثانیه به کمک نرم‌افزار ***MATLAB*** محاسبه و سپس ترسیم کنید؟ (انتخاب روش حل عددی آدامز-بشفورث یا رانج-کوتا یا اولر یا ... دلخواه است)

سوال دوم

یک کد در نرم‌افزار ***MATLAB*** بنویسید که مسیر حرکت سیستم $\dot{x}(t)=Ax(t)$ را به ازاء چهار ماتریس حالت زیر ترسیم کند؟ هر مسیر حرکت را در یک نمودار جداگانه ترسیم کنید.

$$A_1=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -4/5 \end{bmatrix},\ A_2=\begin{bmatrix} 0 & -3/5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ A_3=\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & -4 \end{bmatrix},\ A_4=\begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} \qquad (م-2-1)$$

۱- مهلت تحویل تمرین سری ۴، **۱۲ روز** است. لطفاً تمرین ها را تا **قبل جلسه امتحان میان ترم درس کنترل پیشرفته ۱** روز **۵ شنبه ۲۵ آبان ماه** تحویل بدهید یا در باکس شماره ۲۶ جنب اداره آموزش دانشکده مکانیک بیندازید.

۲- در صورتی که نیاز به راهنمایی برای حل هر کدام از سوال ها دارید، می توانید به اینجانب مراجعه کنید.

۳- لطفاً تمرین ها را به صورت انفرادی حل کنید. تمرین های دانشجویان مشابه هم نباشد.

۴- ایمیل درس کنترل پیشرفته ۱: hrahmanei@mail.kntu.ac.ir

۵- سایت درس کنترل پیشرفته ۱: wp.kntu.ac.ir/hrahmanei/teach_assist.html

موفق باشید.