Prof. Ali Ghaffari

Advanced Control Systems (I)

Assignments #8-#9-#10

Due Date: Final Exam

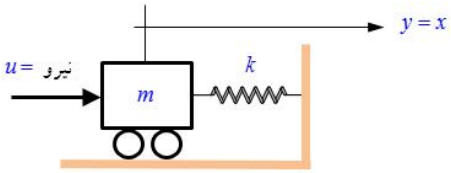
School of Mechanical Engineering
Dynamics and Control
2017-2018

TA: Hamid Rahmanei

لطفاً حل هر شش سوال را به صورت دستی بنویسید. قسمت کامپیوتری را ضمیمه کنید.

سوال شماره یک

برای سیستم فنر و وزنه مطابق شکل (۱) که بر روی یک سطح بدون اصطکاک حرکت افقی می‌کند:



شکل ۱. سیستم فنر-وزنه ساده.

الف: تابع تبدیل بین ورودی نیروی u و خروجی $y = x$ را به ازاء $m = 1$ و $k = 4$ بنویسید؟

ب: دیاگرام جعبه‌ای سیستم را رسم و متغیّرهای حالت تغییر مکان و سرعت را در آن مشخّص کنید؟

می‌خواهیم برای این سیستم کنترلر فیدبک حالت طوری طرّاحی کنیم که در سیستم مدار بسته خطای حالت ماندگار صفر باشد و سیستم یک قطب در -5 و دو قطب در $-2 \pm 2j$ داشته باشد.

ج: دیاگرام سیستم مدار بسته را با فرض پارامترهای کنترلر k_1، k_2 و k_3 رسم کنید؟ (x_1، x_2 و x_3 باید در دیاگرام مشخّص شوند)

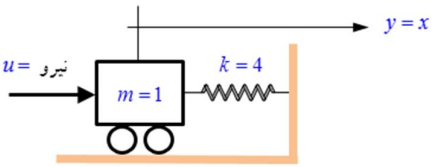
د: مقادیر k_1 تا k_3 را تعیین کنید؟

ه: به ازاء $\begin{bmatrix} x(0) \\ \dot{x}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $Setpoint: r = 10$، مقادیر $x_1(t)$، $x_2(t)$، $x_3(t)$ و $u(t)$ را به کمک کامپیوتر رسم کنید؟

سوال شماره دو

معادلات حالت سیستم شکل (۲) به صورت مقابل است:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -4x_1 + u \\ y = x_1 \end{cases}$$



شکل ۲. سیستم فنر-وزنه ساده.

الف: به ازاء زمان نمونه‌گیری $T = \frac{\pi}{6} \approx \frac{1}{2}$، معادلات حالت سیستم گسسته معادل را به صورت زیر محاسبه کنید؟

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases}$$

ب: دیاگرام جعبه‌ای سیستم گسسته را رسم کنید که در آن $x_1(k)$ و $x_2(k)$ مشخّص شده باشد؟

برای این سیستم می‌خواهیم $SVFC$ طوری تعیین کنیم که $Finite\ Time\ Settling$ باشد و خطای حالت ماندگار صفر شود.

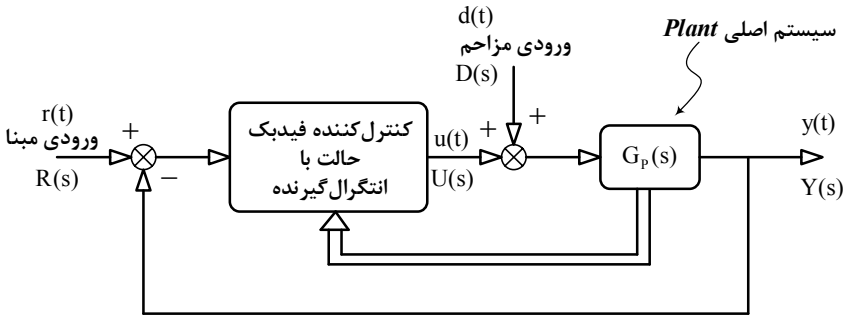
ج: دیاگرام سیستم مدار بسته که در آن بهره‌های کنترلر با k_1، k_2 و k_3 مشخّص شده را رسم کنید؟

د: بهره‌های کنترلر را طوری تعیین کنید که سیستم $Finite\ Time\ Settling$ باشد؟

ه: به ازاء $\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $Setpoint = 10$، مطلوبست محاسبه و ترسیم $x_1(k)$، $x_2(k)$، $x_3(k)$ و $u(k)$ به کمک کامپیوتر؟

سوال شماره سه

در سیستم کنترلی شکل (۳)؛ تابع تبدیل $Plant$ یا سیستم اصلی به صورت $G_P(s) = \frac{1}{s^2+2s+5}$ داده شده است. متغیّرهای حالت سیستم اصلی را x_1 و x_2 بنامید که در آن خروجی $y = x_1$ بوده و $\dot{x}_1 = x_2$ فرض شده است.



شکل ۳. دیاگرام جعبه‌ای کنترل مدار بسته یک سیستم مرتبه دو به همراه ورودی مزاحم و کنترلر فیدبک بهره حالت با انتگرال‌گیرنده.

می‌خواهیم ورودی کنترلی $u(t)$ به سیستم اصلی را طوری طرّاحی کنیم که سیستم مدار بسته خطای ماندگار نداشته باشد و همه قطب‌های مدار بسته در -3 واقع باشند.

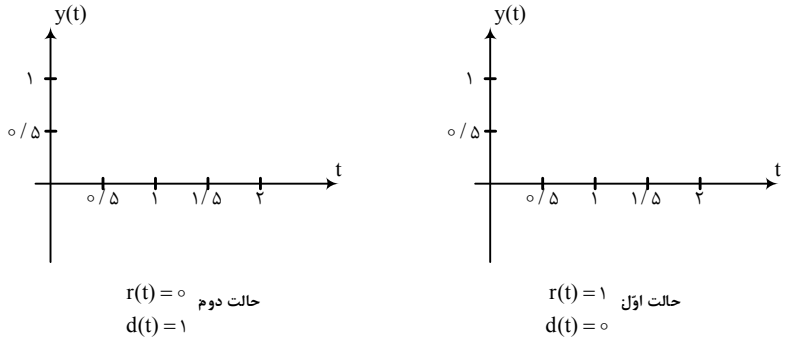
الف: دیاگرام کامل سیستم مدار بسته را که در آن همه متغیّرهای حالت مشخّص باشند, به همراه جزئیّات کنترل‌کننده که در آن بهره‌های کنترلی k_1, k_2 و k_3 نام‌گذاری شده‌اند ترسیم کنید؟

ب: مقادیر بهره‌های کنترلی k_1 تا k_3 را تعیین کنید؟

ج: بدون انجام عملیّات حل معادلات؛ نمایش تقریبی رفتار $y(t)$ را در دو حالت زیر در مکان نشان داده شده ترسیم کنید؟

حالت اوّل: ورودی مبنا **پلّه‌ای واحد** و ورودی مزاحم مساوی **صفر** باشد.

حالت دوم: ورودی مبنا مساوی **صفر** و ورودی مزاحم مساوی **پلّه‌ای واحد** باشد.



د: به ازاء ورودی مبنای پلّه‌ای واحد و ورودی اغتشاشی صفر و شرایط اوّلیه $\begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$؛ مطلوبست ترسیم همه متغیّرهای حالت $x_1(t)$ تا $x_3(t)$ و ورودی کنترلی $u(t)$ به کمک کامپیوتر؟

ه: به ازاء ورودی مبنای صفر و ورودی اغتشاشی پلّه‌ای واحد و در نظر گرفتن شرایط اوّلیه $\begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$؛ مطلوبست ترسیم همه متغیّرهای حالت $x_1(t)$ تا $x_3(t)$ و ورودی کنترلی $u(t)$ به کمک کامپیوتر؟

سوال شماره چهار

سیستم خطّی زمان گسسته مقابل را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = -2x_2(k) \\ x_2(k+1) = 0.24x_1(k) + 1.4x_2(k) + u(k) \\ y(k) = x_1(k) \end{cases}$$

الف: دیاگرام جریانی سیستم مدار باز را ترسیم کنید؟

ب: **مقادیر ویژه** و **مودهای رفتاری** سیستم مدار باز را تعیین و در مورد **پایداری سیستم مدار باز** بحث کنید؟

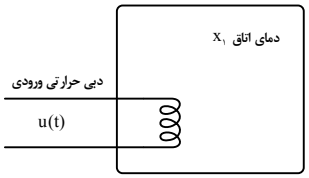
ج: آیا این سیستم مشاهده‌پذیر است؟ با استدلال پاسخ دهید.

د: برای این سیستم, تخمین‌گر (یا مشاهده‌گر یا رویت‌گر) از نوع $Finite\ Time\ Settling\ Observer$ **دو مرحله‌ای** طرّاحی کنید و بهره‌های تخمین‌گر را $L = \begin{bmatrix} \ell_1 \\ \ell_2 \end{bmatrix}$ نامیده و محاسبه نمایید؟

ه: با فرض $\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ و $u(0) = u_0$؛ مطلوب است تعیین $\hat{X}(0)$, $X(1)$ و $\hat{X}(1)$؟

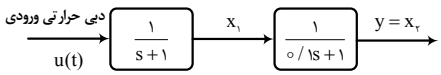
سوال شماره پنج

برای اندازه‌گیری دمای اتاق از یک ترمومتر مطابق شکل (۴) استفاده می‌شود.



شکل ۴. شماتیک یک ترمومتر برای اندازه‌گیری دمای یک اتاق.

فرض می‌شود تابع تبدیل بین ورودی $u(t)$ (دبی حرارتی ورودی به اتاق) و خروجی $y = x_1(t)$ (دما) به صورت $G(s) = \frac{X_1(s)}{u(s)} = \frac{1}{s+1}$ داده شده باشد. هم‌چنین تابع تبدیل ترمومتر با رابطه $\frac{1}{0.1s+1}$ نمایش داده می‌شود. در نتیجه رابطه بین ورودی $u(t)$ و آن‌چه واقعاً اندازه‌گیری می‌شود (یعنی: $y = x_2$) مطابق شکل (۵) است:



شکل ۵. دیاگرام جعبه‌ای مدار باز سیستم اصلی به همراه سیستم اندازه‌گیری دمای آن.

برای تعیین دمای واقعی اتاق یعنی x_1 از یک **مشاهده‌گر با رسته کاهش یافته** استفاده می‌کنیم.

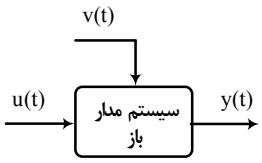
الف: معادلات حالت سیستم (شامل: اتاق و دستگاه اندازه‌گیری) را بنویسید؟

ب: مشاهده‌گر با رسته کاهش‌یافته را طوری طرّاحی کنید که x_1 را تخمین بزند؟ و سپس مشاهده‌گر با رسته کاهش‌یافته را به همراه بقیّه جزئیّات سیستم کنترلی مدار بسته به صورت یک دیاگرام جعبه‌ای ترسیم کنید؟

ج: بهره مشاهده‌گر را طوری طرّاحی کنید که دینامیک خطای مشاهده‌گر دارای یک قطب در -۲۱ باشد؟

سوال شماره شش

یک سیستم مدار باز رسته n مطابق شکل (۶) به صورت زیر در نظر بگیرید که هم کنترل‌پذیر و هم مشاهده‌پذیر است.



شکل ۶. دیاگرام جعبه‌ای یک سیستم مدار باز رسته n کنترل‌پذیر و مشاهده‌پذیر.

ورودی کنترلی $u(t)$, خروجی سیستم $y(t)$ و ورودی اغتشاشی به سیستم است. فرض می‌شود $u(t)$, $y(t)$ و $v(t)$ همگی اسکالر هستند. معادلات حالت سیستم اصلی عبارت است از:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B(u+v) \\ y = Cx \\ x(0) = x_0 \end{cases}$$

قسمت اوّل:

فرض کنید $v = 0$ است و ماتریس‌های A، B و C دقیقاً معلوم نیستند. لذا پارامترهای مدل این سیستم که در طرّاحی مشاهده‌گر حالت به کار می‌رود، به ترتیب A'، B' و C' هستند که با A، B و C برابر نیستند. پس معادلات سیستم اصلی و سیستم مشاهده‌گر عبارتند از:

$$\dot{x} = Ax + B(u+v)$$
$$y = Cx$$ **سیستم اصلی:**
$$x(\circ) = x_\circ$$

$$\dot{\hat{x}} = A'\hat{x} + B'u + L(y - \hat{y})$$
$$\hat{y} = C'\hat{x}$$ **مشاهده‌گر:**
$$\hat{x}(\circ) = \circ$$

سوال الف: با فرض $e = x - \hat{x}$؛ معادله دیفرانسیل خطا را بنویسید؟ و در مورد امکان میل کردن خطا به سمت صفر بحث کنید؟

قسمت دوم:

در این قسمت فرض کنید $v \neq 0$ و هم‌چنین ماتریس‌های A، B و C دقیق هستند. پس معادلات سیستم اصلی و سیستم مشاهده‌گر عبارتند از:

$$\dot{x} = Ax + B(u+v)$$
$$y = Cx$$ **سیستم اصلی:**
$$x(\circ) = x_\circ$$

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - \hat{y})$$
$$\hat{y} = C\hat{x}$$ **مشاهده‌گر:**
$$\hat{x}(\circ) = \circ$$

سوال ب: با فرض $e = x - \hat{x}$؛ معادله دیفرانسیل خطا را بنویسید؟ و در مورد امکان میل کردن خطا به سمت صفر بحث کنید؟

۱- مهلت تحویل تمرین های سری ۸ و ۹ و ۱۰ ،**تا روز امتحان پایان ترم درس کنترل پیشرفته ۱** است. لطفاً تمرین ها را تا **قبل از شروع جلسه امتحان پایان ترم** در باکس شماره ۲۶ جنب اداره آموزش دانشکده مکانیک بیندازید.
۲- در صورتی که نیاز به راهنمایی برای حل هر کدام از سوال ها دارید، می توانید به اینجانب مراجعه کنید.
۳- لطفاً تمرین ها را به صورت انفرادی حل کنید. تمرین های دانشجویان مشابه هم نباشد.
۴- سایت درس کنترل پیشرفته ۱: wp.kntu.ac.ir/ghaffari/ghaffari-courses-adv1.htm
۵- ایمیل درس کنترل پیشرفته ۱: Hamid.rahmanei20@gmail.com

موفق باشید.