بسمه تعالی

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دانشکدهٔ مهندسی مکانیک

امتحان میان‌ترم درس کنترل پیشرفته ۱

نیمسال اوّل کتاب و جزوه بسته آبان‌ماه ۱۳۹٤

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه (دو ساعت و ربع)

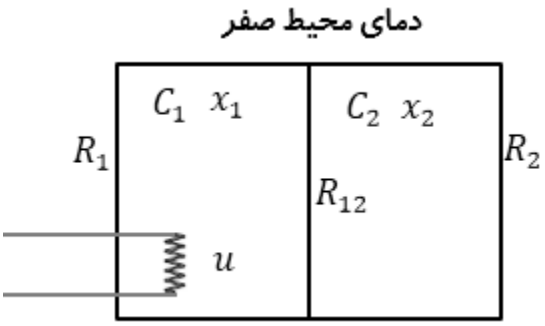
نام و نام خانوادگی:	شماره دانشجویی:

سوال	۱	۲	۳	٤	۵	مرتب‌نویسی	جمع
بارم	۵	۵	٤	۶	٤	۱	۳۰
نمره							

موفق باشید

☺☺☺

مساله شماره ۱



سیستم حرارتی شکل مقابل شامل دو مخزن حرارتی با دماهای x_1 و x_2, ظرفیت‌های حرارتی C_1 و C_2 است که دمای محیط اطراف مساوی صفر و مقاومت حرارتی بین مخزن اوّل و محیط اطراف با R_1, مقاومت حرارتی بین مخزن دوم و محیط اطراف با R_2 و مقاومت حرارتی بین دو مخزن با R_{12} نمایش داده شده و داریم:

$$C_1 = C_2 = 1 \qquad R_1 = R_2 = 1 \qquad R_{12} = 0.5$$

هم‌چنین u دبی حرارتی ورودی به ظرف اوّل و $y = x_1$ فرض شده است.

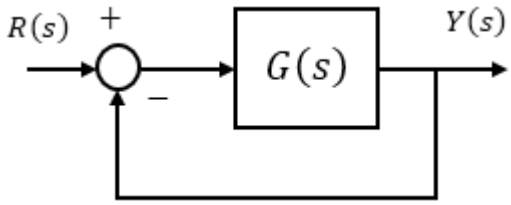
الف) معادلات حالت این سیستم را بنویسید و ماتریس‌های A, B و C را محاسبه کنید؟

$A =$ $\qquad$ $B =$ $\qquad$ $C =$

ب) تابع تبدیل $G(s)$ بین ورودی u و خروجی y را محاسبه کرده و قطب‌ها و مودهای سیستم را تعیین کنید؟

$G(s) =$ $\qquad$ $Poles =$ $\qquad$ $Modes =$

ج) با قرار دادن $G(s)$ از رابطه فوق در مدار زیر, تابع تبدیل بین $R(s)$ و $Y(s)$ را محاسبه کنید؟



$$\frac{Y(s)}{R(s)} =$$

د) قطب‌های این سیستم (ج) را محاسبه نموده , مودها را نیز تعیین کرده و در مورد تفاوت آن‌ها با قطب‌ها و مودهای قسمت (ب) بحث کنید؟

مساله شماره ۲

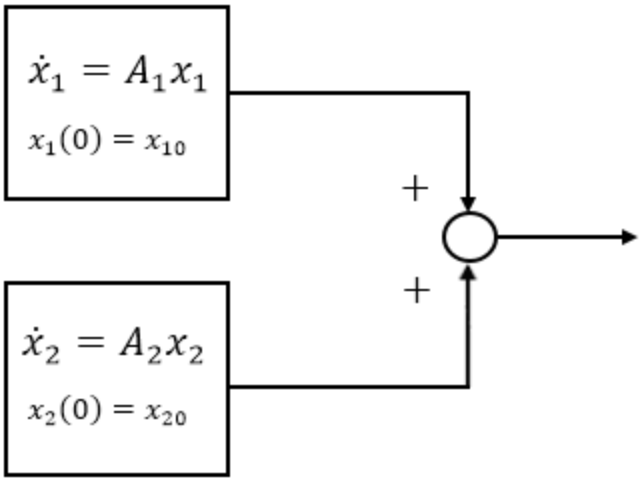
معادله سیستم کنترلی LTI بدون ورودی را داریم: $\dot{x} = Ax$. برای هر سه مقدار مختلف A داده شده در زیر؛

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}; \qquad A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 6 & -3 \end{bmatrix}; \qquad A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix};$$

الف) مقادیر ویژه, مودها و بُردارهای ویژه A را تعیین کنید؟

ب) مسیر حرکت یا $trajectory$ هرکدام را در صفحه $x_1 - x_2$ رسم کنید؟

مساله شماره ۳



در سیستم مذکور, x_1 **و** x_2 **هر کدام دارای** n **متغیّر حالت هستند و داریم:**

$$\dot{x}_1 = A_1 x_1; \qquad x_1(t) = e^{A_1 t} x_{10}$$

$$\dot{x}_2 = A_2 x_2; \qquad x_2(t) = e^{A_2 t} x_{20}$$

که در آن, A_1 **و** A_2 **ماتریس‌های مربّعی هستند.**

الف) آیا می‌توان به جای این سیستم, سیستم جدیدی به صورت $X = x_1 + x_2$ **تعریف کرد و نوشت:**

$$\dot{X}(t) = AX(t)$$

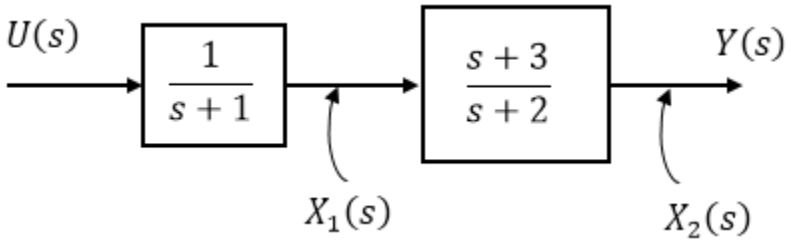
که درآن $A = A_1 + A_2$ **و** $X_0 = x_{10} + x_{20}$.

ب) آیا با فرض $A = A_1 + A_2$ **عبارت زیر صحیح است؟**

$$e^{At} = e^{(A_1 + A_2)t}$$

مساله شماره ٤

برای سیستم مقابل:



الف) معادلات حالت سیستم پیوسته را محاسبه کنید؟

$A =$ $B =$ $C =$ $D =$

ب) با فرض زمان نمونه‌گیری $T = 1^{sec}$**, معادلات حالت سیستم گسسته را محاسبه کنید؟**

(فرض کنید: $e^{-1} = 0.36$ **و** $e^{-2} = 0.14$ **)**

(یادآوری: $B_d = \int_0^T e^{A\tau} B d\tau = (e^{AT} - I) A^{-1} B$; $A_d = e^{AT}$ **)**

$A_d =$ $B_d =$

ج) تابع تبدیل‌های زیر را در میدان گسسته محاسبه کنید؟

$$G_1(z) = \frac{X_1(z)}{U(z)} \qquad G_2(z) = \frac{X_2(z)}{U(z)}$$

مساله شماره ۵

رابطه ورودی و خروجی یک ماشین دیجیتال به صورت رابطه زیر داده شده:

$$y_{k+1} = a y_k + u_{k+1}$$

که درآن a مقدار ثابتی است و خروجی سیستم در لحظه $k+1$ اُم, بلافاصله پس از قرائت $k+1$ اُم ورودی محاسبه می‌شود.

الف) یک متغیّر حالت x_k برای این سیستم معرّفی نموده و معادله حالت را بنویسید؟

$x_{k+1} =$

ب) تابع تبدیل را محاسبه کنید؟

$G(z) =$