بسمه تعالی

دانشگاه صنعتی خواجه نصیر طوسی

دانشکده مهندسی مکانیک

امتحان میان‌ترم کنترل پیشرفته ۱

تاریخ امتحان : ۹۵/۸/۲۷ نیمسال اول ۹۵-۹۶

مدّت امتحان : ۱۵۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی : شماره دانشجویی :

مسئله	۱	۲	۳	۴	۵	مرتب نویسی	جمع
بارم	۶	۵	۶	۵	۶	۲	۳۰
نمره							

مسئله ۱

تابع تبدیل بین ورودی و خروجی سیستمی به صورت مقابل داده شده $G(s) = \frac{1}{s+2} + \frac{s+3}{(s+1)^2+4}$ و معادلات حالت به صورت مقابل داده شده $\dot{x} = Ax + Bu,\ \ y = Cx$ که در آن :

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}, \qquad C = [1 \quad c_2 \quad c_3]$$

الف) اجزای ماتریس B و C را مشخص کنید.

$b_1 =$ $b_2 =$ $b_3 =$ $c_2 =$ $c_3 =$

ب) دیاگرام بلوکی سیستم را رسم و متغیرهای حالت را روی آن مشخص کنید :

ج) عکس‌العمل سیستم مذکور را به ورودی ضربه ای واحد محاسبه کنید(شرایط اولیه صفر است)

y(t) =

مسئله ۲

برای سیستم $\dot{x} = Ax$ مقابل:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 0 \\ \dot{x}_2 = x_1 - 3x_2 \end{cases}$$

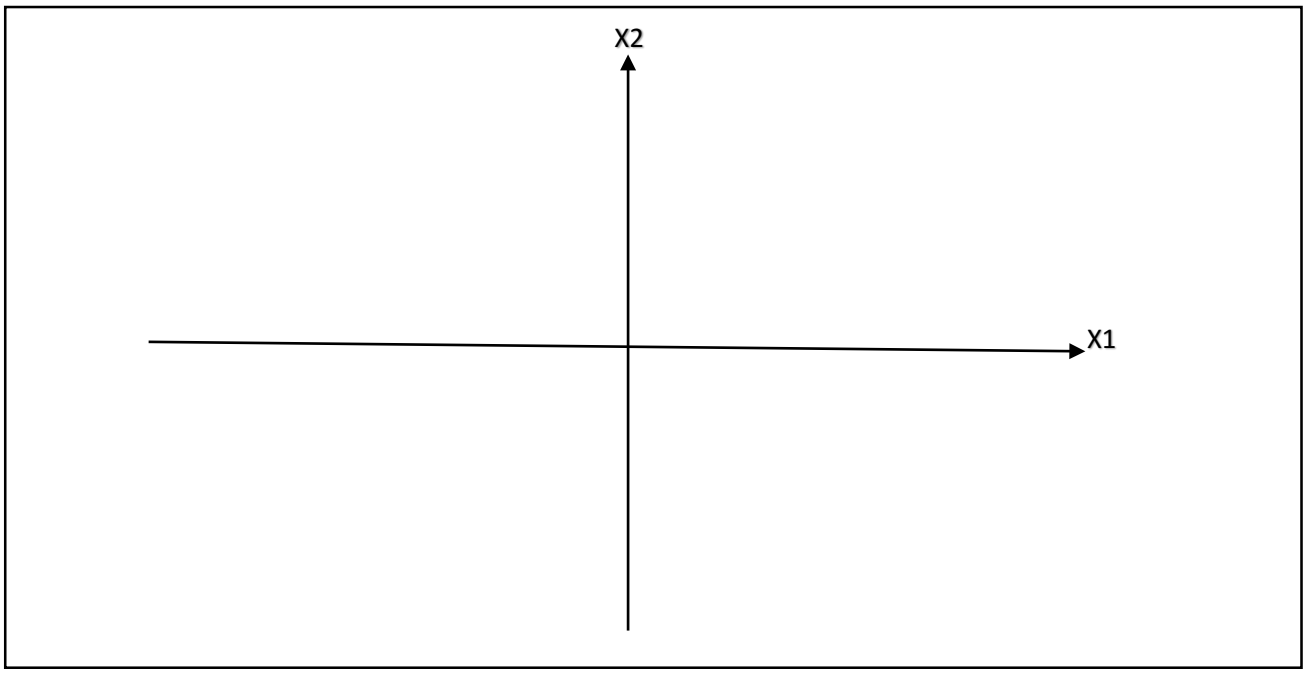
الف) مقادیر ویژه، بردارهای ویژه و مودهای رفتاری سیستم را تعیین کنید.

$\lambda_1 =$	$V^1 =$	$Mode\ 1 =$
$\lambda_2 =$	$V^2 =$	$Mode\ 2 =$

ب) ماتریس‌های $A^* = T^{-1}AT$ و $e^{At} = Te^{A^*}T^{-1}$ را بدست آورید.

$$A^* = \begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix} \qquad e^{At} = \begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix}$$

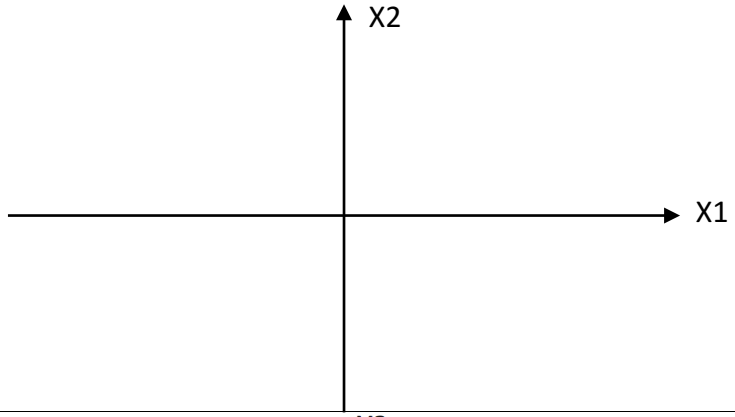
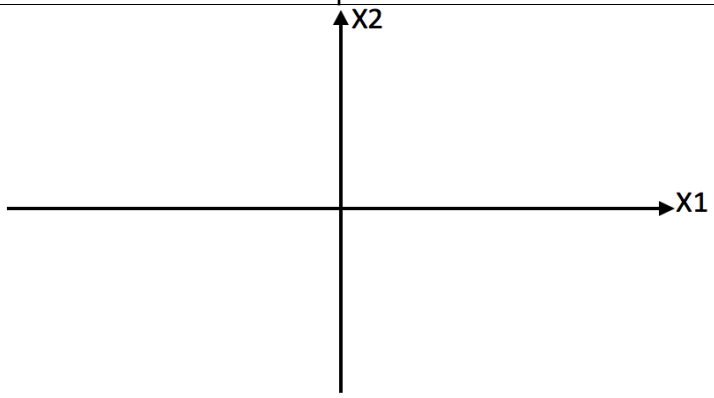
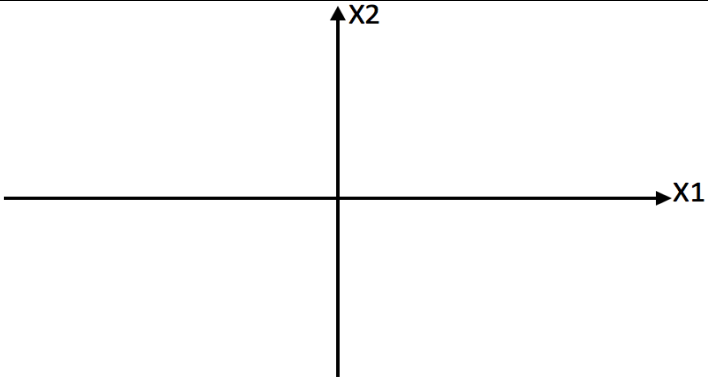
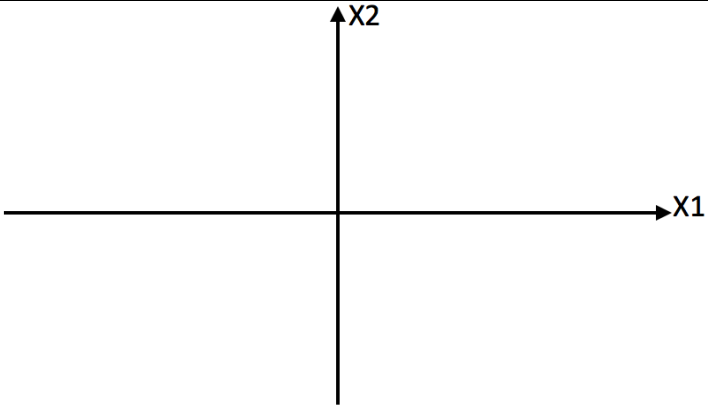
ج) در صفحه‌ی فاز x_1x_2 زیر، تراجکتوری(مسیر حرکت سیستم) را رسم کنید (همچنین بردارهای V^1 و V^2)

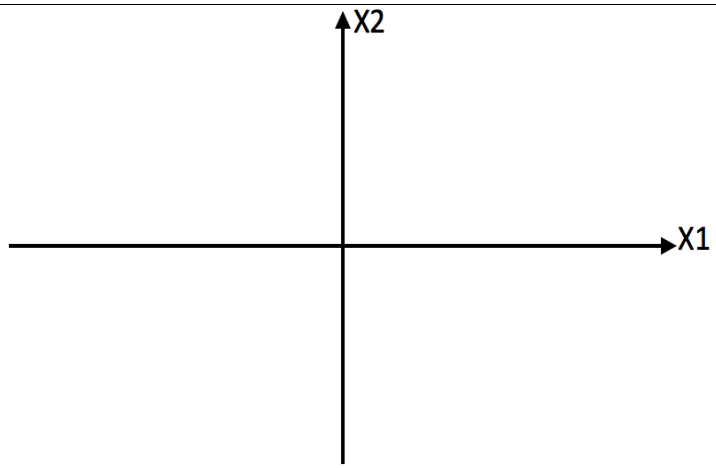
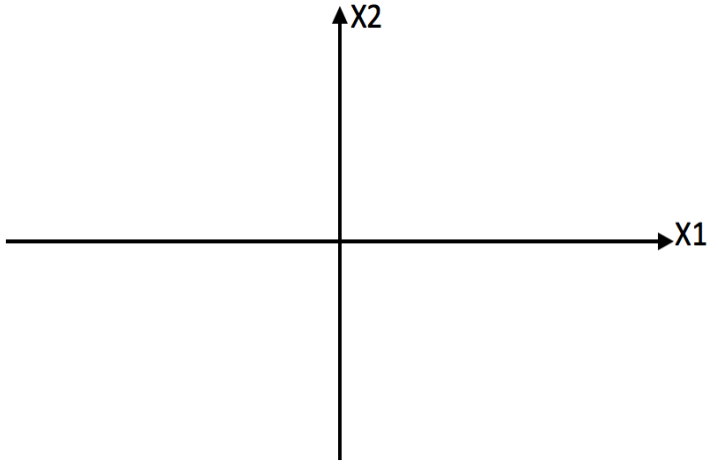
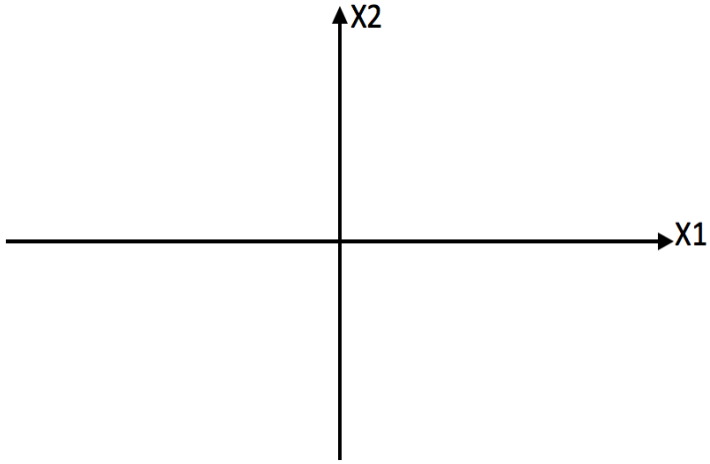
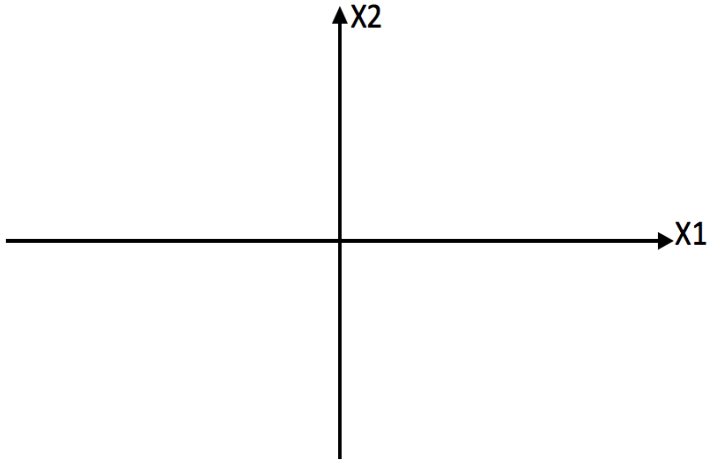


د) نقطه یا نقاط تعادل این سیستم را محاسبه و تحلیل کنید.

مسئله ۳

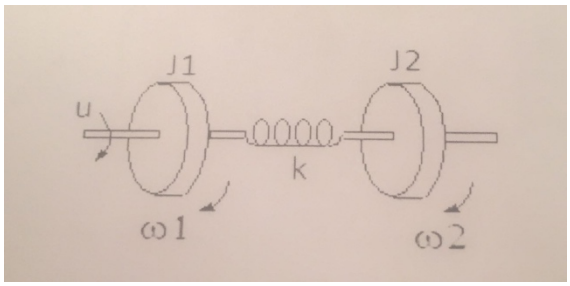
به ازای حالات داده شده برای مقادیر ویژه، مسیر حرکت سیستم(تراجکتوری) را در صفحه فاز(x_2 بر حسب x_1) به صورت تقریبی رسم و جهت حرکت را روی آن با **فلش** مشخص نمایید.
(برای سیستم‌های با مقادیر ویژه حقیقی، ابتدا بردار ویژه‌های مثالی آن را همراه با جهت رسم نمایید و با توجه به آنها تراجکتوری را کامل کنید، و برای حالتهای با مقادیر مختلط صرفا شکل مسیر حرکت باید درست باشد)

مقادیر ویژه	مسیر حرکت(تراجکتوری)
هر دو حقیقی و منفی	
حقیقی، منفی و مثبت	
حقیقی، صفر و منفی	
حقیقی، منفی تکراری	

	هر دو صفر
	هردو موهومی خالص
	مختلط با قسمت حقیقی منفی
	مختلط با قسمت حقیقی مثبت

مسئله ۴

در سیستم دورانی شکل زیر، ورودی سیستم گشتاور u، ممان اینرسی دو جسم دوار به ترتیب J_1 و J_2، ضریب فنریت شفت بین دو جسم دوار K، سرعت دورانی دو جسم ω_1 و ω_2 و اختلاف زاویه دورانی دو جسم θ است. (یعنی داریم : $\theta = \theta_1 - \theta_2$، $\omega_1 = \frac{d}{dt}\theta_1$ و $\omega_2 = \frac{d}{dt}\theta_2$)



متغیرهای حالت سیستم را به صورت $\begin{bmatrix}\omega_1\\ \omega_2\\ \theta\end{bmatrix}$ نشان می‌دهیم.

الف) معادله‌ی حالت سیستم به شکل زیر نشان داده شده است. A و B را محاسبه نمایید.

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\omega_1\\ \omega_2\\ \theta\end{bmatrix} = A\begin{bmatrix}\omega_1\\ \omega_2\\ \theta\end{bmatrix} + Bu$$

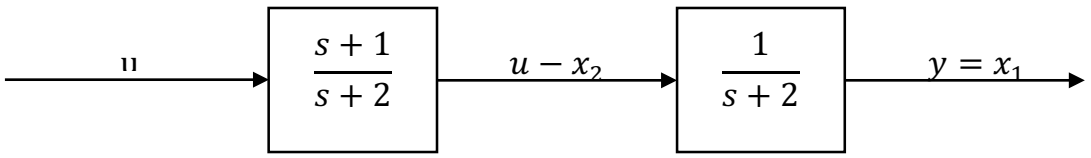
A= B=

ب) با فرض $B = \begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix}0 & 0 & -100\\ 0 & 0 & 100\\ 1 & -1 & 0\end{bmatrix}$ معادله مشخصه سیستم به صورت $\Delta(s) = s(s^2 + 200)$ در می‌آید. این سیستم را به فرم کنترلپذیر کانونیکال تبدیل کنید(یعنی A_c و B_c مربوط به این فرم را تعیین کنید).

$A_c =$ $B_c =$

مسئله ۵

در سیستم شکل زیر متغیرهای حالت سیستم پیوسته عبارتند از $x_1(t)$ و $x_2(t)$:



الف) مطلوبست تعیین معادلات حالت سیستم پیوسته به صورت $\begin{cases}\dot{x} = Ax + Bu \\ y = x_1\end{cases}$

A=	B=

ب) اگر ورودی u(t) از یک sampler و zero order hold عبور نماید و سیگنال‌های x_1 و x_2 نیز از samplerعبور نمایند، با فرض اینکه $\text{sampling period} = T = 1\ \text{sec}$ باشد، برای سیستم گسسته حاصل، ماتریس‌های A_d و B_d را بیابید. ($e^{-2} = 0.1353$)

A_d=	B_d=

ج) توابع تبدیل زیر را بیابید :

$\frac{X_1(z)}{U(z)} =$	$\frac{X_2(z)}{U(z)} =$

تبدیلات لاپلاس و Z پایه :

حوزه t	حوزه S	حوزه Z
پله واحد	$\frac{1}{s}$	$\frac{z}{z-1}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$	$\frac{z}{z-e^{aT}}$
$tf(t)$	$-\frac{dF(s)}{ds}$	$-\frac{dF(z)}{dz}$

چک نویس