بسمه تعالی

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دانشکدهٔ مهندسی مکانیک

امتحان پایان‌ترم درس کنترل پیشرفته (۱)

نیم‌سال اول   **کتاب و جزوه باز**   **دی‌ماه ۱۳۹٤**

مدت امتحان: ۱۸۰ دقیقه (۳ ساعت)

نام و نام خانوادگی:	**شماره دانشجویی:**

سوال	۱	۲	۳	٤	۵	مرتب‌نویسی	جمع
بارم	**۵**	**۱۰**	**۱۰**	**۱۰**	**۱۲**	**۳**	**۵۰**
نمره							

توجه: مسائل ۲ و ۳, *Take Home* **دارد که باید تا ساعت ۱۲ ظهر روز سه شنبه ۱۳۹٤/۱۰/۲۲ تحویل داده شود.**

موفق باشید

☺☺☺

مساله شماره ۱

سیستمی با معادلات حالت زیر داده شده است:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

که در آن $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 3 & -3 & 1 \\ -4 & 0 & -5 \end{bmatrix}$ بوده و خروجی سیستم $y = x_1 + x_2 + x_3$ است.

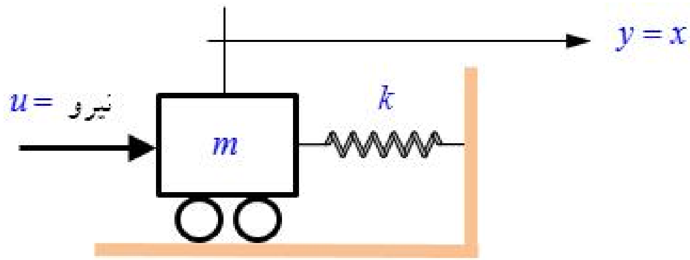
الف) سیستم مشاهده‌پذیر است.

ب) سیستم مشاهده‌پذیر نیست.

(جواب باید با استدلال و عملیات مناسب همراه باشد)

مساله شماره ۲

برای سیستم فنر و وزنه مقابل که در سطح بدون اصطکاک حرکت افقی می‌کند:



الف) تابع تبدیل بین ورودی نیروی u و خروجی $y = x$ را به ازاء $m = 1$ و $k = 4$ بنویسید؟

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} =$$

ب) دیاگرام جعبه‌ای سیستم را رسم و متغیرهای حالت تغییر مکان و سرعت را در آن مشخص کنید؟

محل رسم دیاگرام جعبه‌ای:

می‌خواهیم برای این سیستم کنترلر فیدبک حالت طوری طراحی کنیم که در سیستم مدار بسته خطای حالت ماندگار صفر باشد و سیستم یک قطب در -5 و دو قطب در $-2 \pm 2j$ داشته باشد.

ج) دیاگرام سیستم مدار بسته را با فرض پارامترهای کنترلر k_1, k_2 و k_3 رسم کنید؟ (x_1, x_2 و x_3 باید در دیاگرام مشخص شوند)

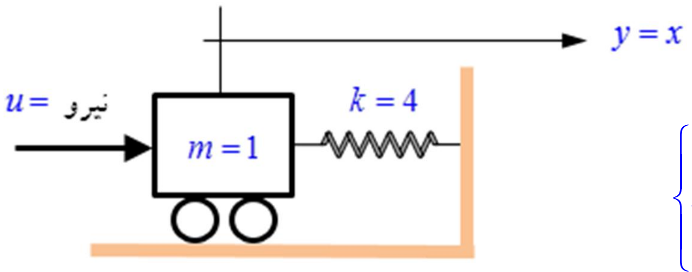
محل رسم دیاگرام مدار بسته:

د) مقادیر k_1 تا k_3 را تعیین کنید؟

$k_1 =$	$k_2 =$	$k_3 =$

ه) $Take\ Home$: به ازاء $\begin{cases} x(0) = -2 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases}$ و $Setpoint : r = 10$, مقادیر $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ و $u(t)$ را رسم کنید؟

مساله شماره ۳



معادلات حالت این سیستم به صورت زیر است:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -4x_1 + u \\ y = x_1 \end{cases}$$

الف) به ازاء زمان نمونه‌گیری $T = \frac{\pi}{6} \approx 1/2$, معادلات حالت سیستم گسسته معادل را به صورت زیر

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k)$$
$$y(k) = Cx(k)$$

محاسبه کنید؟

$$A_d = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}, \qquad B_d = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

ب) دیاگرام جعبه‌ای سیستم گسسته را رسم کنید که در آن $x_1(k)$ و $x_2(k)$ مشخص شده باشد؟

محل رسم دیاگرام جعبه‌ای:

برای این سیستم می‌خواهیم $SVFC$ طوری تعیین کنیم که *Finite Time Settling* باشد و خطای حالت ماندگار صفر شود.

ج) دیاگرام سیستم مدار بسته که در آن بهره‌های کنترلر با k_1, k_2 و k_3 مشخص شده را رسم کنید؟

محل رسم دیاگرام مدار بسته:

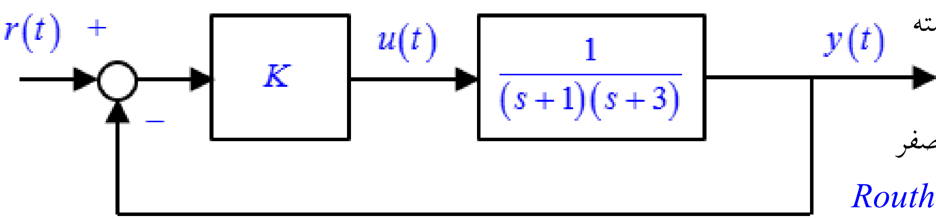
د) بهره‌های کنترلر را طوری تعیین کنید که سیستم *Finite Time Settling* باشد؟

ه) *Take Home*: به ازاء $\begin{cases} x_1(0) = -2 \\ x_2(0) = 0 \end{cases}$ و $Setpoint = 10$, مطلوبست محاسبه $x_1(k)$, $x_2(k)$, $x_3(k)$ و $u(k)$؟

مساله شماره ٤

اگر سیستم مدار بسته زمان پیوسته پایدار باشد, آیا وقتی تبدیل به سیستم مدار بسته معادل زمان گسسته می‌شود باز هم پایدار است؟

پاسخ آن است که بستگی به انتخاب زمان نمونه‌گیری دارد. اگر زمان نمونه‌گیری (یا $Sampling\ Period$) در مقایسه با ثابت‌های زمانی سیستم خیلی کوچک باشد, پاسخ مثبت است ولی اگر زمان نمونه‌گیری خیلی کوچک نباشد, ممکن است که سیستم زمان گسسته معادل ناپایدار شود. این مسئله می‌خواهد این مورد را تحقیق کند.



می‌دانیم که سیستم خطی پیوسته مدار بسته شکل مقابل به ازاء همه مقادیر K مثبت از صفر تا ∞ پایدار است. (با روش $Routh$ یا مکان هندسی ریشه‌ها به سادگی این نتیجه حاصل می‌شود و شما لازم نیست آن را دوباره ثابت کنید!)

متن سوال:

سیستم زمان گسسته معادل با سیستم فوق را به ازاء زمان نمونه‌گیری $T = 1^{sec}$ محاسبه کنید و سپس نشان دهید که اگر K از مقدار معینی که تعیین می‌کنید بزرگ‌تر شود, سیستم مدار بسته زمان گسسته معادل ناپایدار می‌شود؟

جواب: $K =$

(راه‌نمایی: تابع تبدیل زمان گسسته مدار باز را از رابطه $G(z) = \left(1 - z^{-1}\right)\mathbb{Z}\left\{L^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}\right\}$ محاسبه کنید و فرض کنید: $e^{-1} = 0.368,\quad e^{-3} = 0.050,\quad e^{-4} = 0.018$ باشد)

مساله شماره ۵

سیستم خطی متغیر با زمان مقابل را در نظر بگیرید: $\dot{x} = Ax + Bu(t)$

که در آن

$$A = \begin{bmatrix} 1 & e^{-t} \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

الف) ثابت کنید این سیستم در $t = 0$ کنترل‌پذیر است؟

ب) ورودی $u(t)$ را تعیین کنید که سیستم را در مدت $t = 1$ از $x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ به $x(1) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ برساند؟