بسمه تعالی

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دانشکدهٔ مهندسی مکانیک

امتحان پایان‌ترم درس کنترل پیشرفته (۱)

نیم‌سال اول **کتاب و جزوه باز** **دی‌ماه ۱۳۹۵**

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه (۲ ساعت)

نام و نام خانوادگی:	**شماره دانشجویی:**

مساله	۱	۲	۳	٤	۵	جمع
بارم	۵	۸	۱۵	۱۰	۱۲	۵۰
نمره						

توجه: مسئله شماره ۳, *Take-Home* دارد که باید تا ساعت ۱۲ ظهر روز شنبه ۱۳۹۵/۱۱/۰۲ تحویل داده شود.

موفق باشید

☺☺☺

سوال ۱ به صورت جزوه و کتاب بسته بوده و مدت زمان آن ۱۵ دقیقه (یک ربع) است.

سوال ۱

سیستم متغیر با زمان مقابل را در نظر بگیرید:

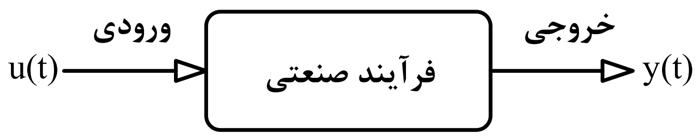
$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)\,x(t) + B(t)\,u(t) \\ y(t) = C(t)\,x(t) \\ x(\circ) = x_\circ \end{cases}$$

الف: تعریف کامل و جامع کنترل‌پذیری در این سیستم را بنویسید؟

ب: تعریف کامل و جامع مشاهده‌پذیری در این سیستم را بنویسید؟

ج: اگر سیستم مذکور نامتغیر با زمان باشد؛ تعریف کامل و جامع برای گرامیان کنترل‌پذیری و گرامیان مشاهده‌پذیری ارائه کنید؟

مساله شماره ۱



فرض کنید شکل مقابل بخشی از یک فرآیند واقعی صنعتی است که ورودی کنترلی اسکالر آن با $u(t)$ و خروجی اسکالر آن با $y(t)$ نمایش داده شده است. ورودی و خروجی هر دو قابل اندازه‌گیری هستند و فرض می‌شود انتخاب تابع ورودی مجاز است.

هدف آن است که این سیستم کنترل شود و این کار به عهده شما واگذار شده است. شما بایستی هر سوال و پرسشی را که از کارفرما دارید مطرح کنید و سپس به طراحی سیستم کنترلی بپردازید.

الف: مهم‌ترین داده‌ها و فرضیات مساله را که برای انجام طراحی از کارفرما می‌پرسید بنویسید؟

ب: علاوه بر داده‌ها و فرضیات مساله که کارفرما در اختیار شما می‌گذارد؛ قبل از آن که به طراحی سیستم کنترلی بپردازید آیا اطلاعات دیگری را از سایر منابع جمع‌آوری می‌کنید؟ توضیح دهید.

ج: پس از انجام ردیف‌های (**الف**) و (**ب**)؛ مراحل طراحی سیستم کنترلی را از ابتدا تا انتها به ترتیب بیان نمایید؟

مساله شماره ۲

سیستم رسته $n = 4$ با فضای حالت مقابل را در نظر بگیرید: $\dot{x} = Ax + Bu$

که در آن ماتریس‌های A و B عبارتند از:

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \omega_1 & 0 & 0 \\ -\omega_1 & \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \sigma_2 & \omega_2 \\ 0 & 0 & -\omega_2 & \sigma_2 \end{bmatrix}$$

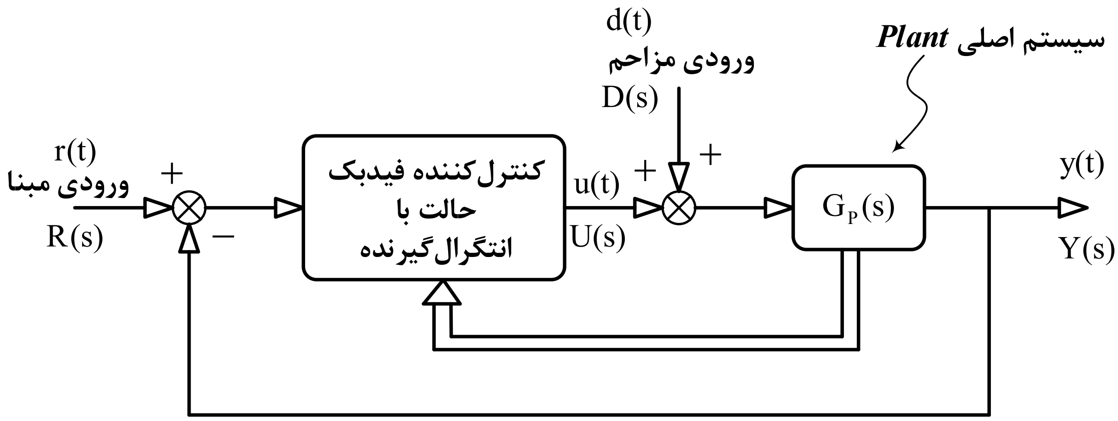
که در ماتریس‌های فوق؛ σ_1, σ_2, ω_1, ω_2, α, β و γ همه مقادیر حقیقی و اسکالر هستند.

مقادیر ویژه ماتریس A عبارتند از:

$$\lambda_{1,2} = \sigma_1 \pm j\omega_1$$
$$\lambda_{3,4} = \sigma_2 \pm j\omega_2$$

ثابت کنید که این سیستم برای همه مقادیر α, β و γ (مثبت, منفی یا صفر) همواره کنترل‌پذیر است.

مساله شماره ۳



در سیستم کنترلی شکل فوق؛ تابع تبدیل ***Plant*** یا سیستم اصلی به صورت $G_P(s)=\frac{۱}{s^۲+۲s+۵}$ داده شده است. متغیرهای حالت سیستم اصلی را $x_۱$ و $x_۲$ بنامید که در آن خروجی $y=x_۱$ بوده و $\dot{x}_۱=x_۲$ فرض شده است.

می‌خواهیم ورودی کنترلی $u(t)$ به سیستم اصلی را طوری طراحی کنیم که سیستم مدار بسته خطای ماندگار نداشته باشد و همه قطب‌های مدار بسته در ۳− واقع باشند.

(**توجه:** ادامه مسئله در صفحه بعد)

الف: دیاگرام کامل سیستم مدار بسته را که در آن همه متغیرهای حالت مشخص باشند, به همراه جزئیات کنترل‌کننده که در آن بهره‌های کنترلی $k_۱$, $k_۲$ و $k_۳$ نام‌گذاری شده‌اند ترسیم کنید؟

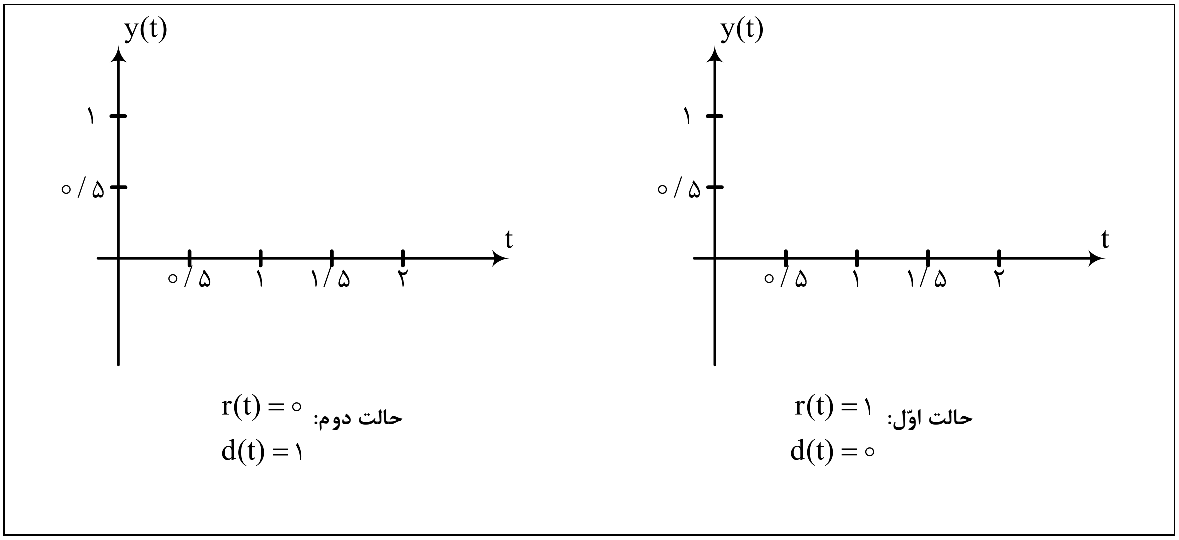
ب: مقادیر بهره‌های کنترلی $k_۱$ تا $k_۳$ را تعیین کنید؟

$k_۱ =$	$k_۲ =$	$k_۳ =$

ج: بدون انجام عملیات حل معادلات؛ نمایش تقریبی رفتار $y(t)$ را در دو حالت زیر در مکان نشان داده شده ترسیم کنید؟

حالت اول: ورودی مبنا پله‌ای واحد و ورودی مزاحم مساوی صفر باشد.

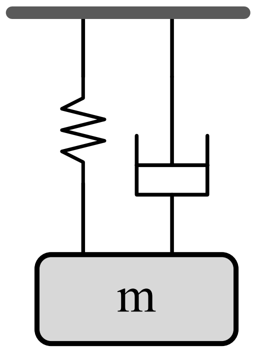
حالت دوم: ورودی مبنا مساوی صفر و ورودی مزاحم مساوی پله‌ای واحد باشد.



❋ **د:** (***Take-Home***) به ازاء ورودی مبنای پله‌ای واحد و ورودی اغتشاشی صفر و شرایط اولیه $\begin{matrix} x_{1\circ} = -2 \\ x_{2\circ} = +2 \end{matrix}$؛ مطلوبست ترسیم همه متغیرهای حالت $x_1(t)$ تا $x_4(t)$ و ورودی کنترلی $u(t)$ به کمک کامپیوتر؟

❋❋ **ه:** (***Take-Home***) به ازاء ورودی مبنای صفر و ورودی اغتشاشی پله‌ای واحد و در نظر گرفتن شرایط اولیه $\begin{matrix} x_{1\circ} = -2 \\ x_{2\circ} = +2 \end{matrix}$؛ مطلوبست ترسیم همه متغیرهای حالت $x_1(t)$ تا $x_4(t)$ و ورودی کنترلی $u(t)$ به کمک کامپیوتر؟

مساله شماره ٤



معادله دیفرانسیل یک سیستم فنر–وزنه–دمپر که در آن, فنر دارای رفتار غیرخطی است, به صورت زیر داده شده است:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + k(x + \alpha x^3) = 0 \qquad (1)$$

مقادیر عددی پارامترها در معادله دیفرانسیل (۱) عبارتند از:

$$m = 1 \quad c = 2 \quad k = 5 \quad \alpha = 0/5$$

لذا معادله دیفرانسیل (۱) به صورت زیر در می‌آید:

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + 5(x + 0/5\, x^3) = 0 \qquad (2)$$

الف: با فرض $x_1 = x$ و $x_2 = \dot{x}$, معادلات حالت این سیستم را بنویسید؟

ب: تابع کاندیدای لیاپانوف را به صورت زیر در نظر بگیرید و آن را محاسبه کنید؟

V(x) = انرژی جنبشی سیستم + انرژی پتانسیل سیستم

در محاسبه انرژی پتانسیل توجه داشته باشید که نیروی فنر به جای kx عبارتست از: $k(x + \alpha x^3)$

$V(x) =$

ج: $\dot{V}(x)$ را محاسبه کنید؟ آیا $\dot{V}(x)$ منفی معین است؟

$\dot{V}(x) =$

منفی معین بودن $\dot{V}(x)$؟

د: از قسمت‌های (**ب**) و (**ج**) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ توضیح دهید؟

مساله شماره ۵

سیستم خطی زمان گسسته مقابل را در نظر بگیرید:

$$x_1(k+1) = -2x_2(k)$$
$$x_2(k+1) = 0/24x_1(k) + 1/4x_2(k) + u(k)$$
$$y(k) = x_1(k)$$

الف: دیاگرام جریانی سیستم مدار باز را ترسیم کنید؟

ب: مقادیر ویژه و مودهای رفتاری سیستم مدار باز را تعیین و در مورد پایداری سیستم مدار باز بحث کنید؟

$\lambda_1 =$ $\lambda_2 =$ mode1: mode1:

بحث درباره پایداری:

ج: آیا این سیستم مشاهده‌پذیر است؟ با استدلال پاسخ دهید.

پاسخ:

د: برای این سیستم, تخمین‌گر ***Finite Time Settling*** دو مرحله‌ای طراحی کنید و بهره‌های تخمین‌گر را $L = \begin{bmatrix} \ell_1 \\ \ell_2 \end{bmatrix}$ نامیده و محاسبه نمایید؟

$L = \begin{bmatrix} \ell_1 \\ \ell_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \ell_1 =$ $\ell_2 =$

ه: با فرض $X(0) = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ و $u(0) = u_0$؛ مطلوب است تعیین $\hat{x}(0)$, $x(1)$ و $\hat{x}(1)$؟

$\hat{x}(0) =$ $x(1) =$ $\hat{x}(1) =$