نیازی به تحویل دادن جواب این تمرین‌ها نمی‌باشد.

سوال شماره یک

یک سیستم غیرخطی با معادلات فضای حالت به صورت زیر داریم:

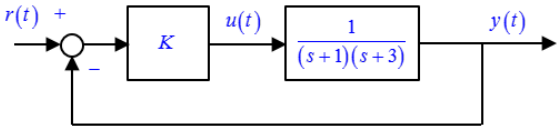
$$\begin{cases}\dot{x}_1 = x_1 x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1^5 + u\end{cases} \quad (۱-۱)$$

با کمک تابع کاندیدای لیاپانوف $V(\vec{x}) = \frac{1}{2}\vec{x}^T \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\vec{x}$, قانون کنترلی غیرخطی $u = \phi(\vec{x})$ را به گونه‌ای طراحی کنید که مبدا سیستم, نقطه تعادل پایدار مجانبی آن باشد؟

سوال شماره دو

اگر سیستم مدار بسته زمان پیوسته پایدار باشد, آیا وقتی تبدیل به سیستم مدار بسته معادل زمان گسسته می‌شود باز هم پایدار است؟

پاسخ آن است که بستگی به انتخاب زمان نمونه‌گیری دارد. اگر زمان نمونه‌گیری (یا ***sampling period***) در مقایسه با ثابت‌های زمانی سیستم خیلی کوچک باشد, پاسخ مثبت است ولی اگر زمان نمونه‌گیری خیلی کوچک نباشد, ممکن است که سیستم زمان گسسته معادل ناپایدار شود. این مسئله می‌خواهد این مورد را تحقیق کند.



می‌دانیم که سیستم خطّی پیوسته مدار بسته شکل مقابل به ازاء همه مقادیر K مثبت از صفر تا ∞ پایدار است. (با روش ***Routh*** یا مکان هندسی ریشه‌ها به سادگی این نتیجه حاصل می‌شود و شما لازم نیست آن را دوباره ثابت کنید!)

متن سوال:

سیستم زمان گسسته معادل با سیستم فوق را به ازاء زمان نمونه‌گیری $T = 1^{sec}$ محاسبه کنید و سپس نشان دهید که اگر K از مقدار معیّنی که تعیین می‌کنید بزرگ‌تر شود, سیستم مدار بسته زمان گسسته معادل ناپایدار می‌شود؟

(راه‌نمایی: تابع تبدیل زمان گسسته مدار باز را از رابطه $G(z) = (1 - z^{-1})Z\left\{L^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}\right\}$ محاسبه کنید و هم‌چنین در محاسبات فرض کنید: $e^{-1} = 0.368, e^{-3} = 0.050, e^{-4} = 0.018$ باشد)