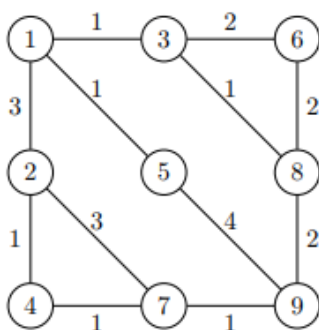


۱. گراف زیر داده شده است. به سوالات زیر پاسخ دهید.



- الگوریتم دایکسترا را روی گراف بالا اجرا می‌کنیم. از راس شماره 1 شروع می‌کنیم. ترتیبی که راسهای گراف در آن ملاقات می‌شوند را بیان کنید (در حالت تساوی، راسی که شماره کمتری دارد اول ملاقات می‌شود)
 - موقعی که راس شماره ۷ ملاقات می‌شود، مقدار $d(u)$ برای راسهای گراف چند است؟
 - درخت کوتاهترین مسیر بدست آمده را رسم کنید.
 - الگوریتمهای کروسکال و پریم را روی گراف داده شده اجرا کنید. درخت فراگیر کمینه را رسم کنید.
۲. فرض کنید در گراف وزن دار G با وزنهای مثبت و متمایز، وزن یال e برابر با c_e باشد. به سوالات زیر پاسخ دهید.
- فرض کنید T درخت فراگیر کمینه G باشد. اگر وزن هر یال را به توان دو برسانیم (c_e را با c_e^2 عوض کنیم) آیا درخت فراگیر گراف حاصل همان T خواهد بود؟ اثبات کنید یا مثال نقض بیاورید.
 - سوال بالا را در مورد درخت کوتاهترین مسیر (درخت حاصل از الگوریتم دایکسترا) جواب دهید.
۳. گراف G با یالهای وزندار داده شده است. فرض کنید که وزنها همه منحصربفرد هستند. نشان دهید که درخت فراگیر کمینه این گراف نیز منحصربفرد است.
۴. الگوریتمی طراحی کنید که برای یک گراف وزندار (وزنها مثبت هستند) کوتاهترین دور را پیدا کند. منظور دوری است که مجموع وزن یالهایش کمینه باشد. زمان اجرای الگوریتم شما چند است؟
۵. فرض کنید G یک گراف همبند وزندار باشد و T یک درخت فراگیر کمینه برای G باشد. گراف و درخت فراگیر T داده شده اند. فرض کنید وزن یال دلخواه e را از w_e به w'_e کاهش دهیم. الگوریتمی طراحی کنید که درخت فراگیر کمینه گراف حاصل را پیدا کند. الگوریتم شما باید در زمان $O(n)$ درخت فراگیر کمینه گراف تغییر یافته را پیدا کند.
۶. در یک زمین مسطح یک سری خانه بطور پراکنده قرار گرفته اند. هر خانه باید به شبکه موبایل وصل شود. می‌خواهیم کمترین تعداد دکل مخابراتی را قرار دهیم بطوریکه هر خانه در شعاع چهارکیلومتری اش حداقل یک دکل مخابراتی باشد. الگوریتمی طراحی کنید که کمترین تعداد دکل را پیدا کند.