

۱. دو بردار مثال بزنید که بر هم عمودند ولی مستقل خطی نیستند.

۲. همه بردارهایی در $\mathbb{R}^3$ را پیدا کنید که بر هر دوی $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ عمودند.

۳. ماتریس A داده شده است. یک بردار غیر صفر مثال بزنید که بر فضای سطری A عمود باشد. یک بردار غیر صفر مثال بزنید که فضای ستونی A عمود باشد. یک بردار غیر صفر مثال بزنید که بر فضای پوچ A عمود باشد.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

۴. نشان دهید اگر ستونهای ماتریس A مستقل خطی باشند آنگاه ماتریس $A^T A$ وارون پذیر است.

۵. چه مضربی از $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ نزدیکترین بردار به $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$ است؟

۶. با استفاده از نامساوی کوشی شوارتز، نامساوی زیر را اثبات کنید.

$$(a \cos \theta + b \cos \theta)^2 \leq a^2 + b^2$$

۷. نامساوی زیر را با استفاده از کوشی - شوارتز اثبات کنید

$$\forall x, y \in \mathbb{R}^n \quad \|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$$

۸. ماتریسی را پیدا کنید که تصویر قائم هر نقطه روی خط $x + 2y = 0$ را بدست می دهد.

۹. برای حالات زیر، تصویر قائم بردار b روی خطی که از بردار a می گذرد را پیدا کنید.

$$(a) \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad a = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (b) \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad a = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

۱۰. تصویر قائم b بر فضای ستونی ماتریس A را پیدا کنید.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 7 \end{bmatrix}$$

۱۱. با روش کمترین مربعات، خط $b = C + Dt$ را پیدا کنید که کمترین فاصله را با نقاط زیر داشته باشد.

$$t = -2, b = 4 \bullet$$

$$t = -1, b = 3 \bullet$$

$$t = 0, b = 1 \bullet$$

$$t = 2, b = 0 \bullet$$

۱۲. با روش کمترین مربعات، صفحه $yz = C + Dt + Ez$ را پیدا کنید که کمترین فاصله را با نقاط زیر داشته باشد.

$$z = 1, t = 1, y = 4 \bullet$$

$$z = 0, t = 0, y = 6 \bullet$$

$$z = 1, t = 2, y = 5 \bullet$$

$$z = 0, t = 0, y = 0 \bullet$$