

۱. با استفاده از خواص میدان نشان دهید:

• برای هر دو عنصر a و b در میدان \mathbb{F} داریم

$$(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$$

• برای هر دو عنصر a و b (غیر صفر) در میدان \mathbb{F} داریم

$$(a \cdot b)^{-1} = a^{-1} \cdot b^{-1}$$

• اگر a عنصری در میدان \mathbb{F} باشد و داشته باشیم $a \cdot a = 1$ آنگاه $a \in \{-1, 1\}$

۲. بر خلاف \mathbb{F}_4 ، تحقیق کنید که میدان متناهی با پنج عنصر \mathbb{F}_5 را می‌توان با عملیات جمع و ضرب و تقسیم معمولی (در هنگ 5) ساخت. جدول جمع و ضرب مربوطه را بنویسید. در این میدان مقدار $1/3$ و $2/4$ چقدر است؟

۳. برای دستگاه زیر تصویر سطری و تصویر ستونی را رسم کنید.

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

۴. نقاط اشتراک سه ابرصفحه زیر چه زیرمجموعه‌ای از فضای 4 بعدی را تشکیل می‌دهد؟ یک خط؟ یک نقطه یا مجموعه تهی؟ جواب چه خواهد شد اگر صفحه $u = -1$ نیز اضافه شود؟ به دستگاه زیر یک معادله اضافه کنید که جواب دستگاه تهی شود.

$$\begin{cases} u + v + w + z = 6 \\ u + w + z = 4 \\ u + w = 2 \end{cases}$$

۵. سه عدد مختلف بجای k بگذارید که در حذف گاوسی مشکل ایجاد کند. برای کدام از این اعداد جابجایی سطری مشکل را برطرف می‌کند؟

$$\begin{cases} kx + 4y + z = 1 \\ 4x + ky + z = -1 \\ 4x + 4y + kz = 0 \end{cases}$$

۶. دستگاه زیر را در نظر بگیرید. به ازای چه مقادیری از a و k دستگاه جواب یکتا دارد؟

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & a \\ 0 & a & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ k \end{bmatrix}$$

۷. ماتریس A داده شده است. ماتریسهای جایگشت P_1 و P_2 و ماتریس پایین مثلثی L را پیدا کنید که رابطه زیر برقرار باشد.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -8 & 8 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad P_1 A P_2 = L$$

۸. برای ماتریسهای زیر A^k ، B^k را بدست آورید.

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

۹. دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{bmatrix} 5 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 5 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

۱۰. ماتریس زیر را تجزیه مثلثی کنید.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

۱۱. ثابت کنید ضرب دو ماتریس بالامتثلی (مربعی) یک ماتریس بالامتثلی است.

۱۲. نشان دهید اگر P یک ماتریس جایگشت باشد آنگاه

$$P^{-1} = P^T$$