

۱. AB را با استفاده از روش ضرب ستونی و ضرب سطری بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 3 & -2 & 6 \end{bmatrix}$$

۲. فرض کنید داشته باشیم:

$$Ax_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \quad Ax_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad Ax_3 = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

اگر سه راه حل x_1 و x_2 و x_3 به ترتیب سه ستون ماتریس X باشند، حاصلضرب AX را پیدا کنید.

۳. جواب دستگاه زیر را بدون ضرب دو ماتریس پیدا کنید.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

۴. ماتریس A داده شده است.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

یک ماتریس جایگشتی P پیدا کنید که حاصلضرب PA بالامثلثی شود. دو ماتریس جایگشتی P_1 و P_2 را پیدا کنید که P_1AP_2 پایین مثلثی شود.

۵. اگر وارون A^2 برابر با B باشد، نشان دهید وارون A برابر با AB است.

۶. با استفاده از روش گاوس-جردن وارون ماتریس زیر را بدست آورید.

$$A_2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

۷. وارون ماتریس زیر را پیدا کنید.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۸. اگر A وارون پذیر باشد کدام ویژگی‌های زیر در مورد A^{-1} نیز صادق است.

- A مثلثی است
- A متقارن است
- همه درایه‌های A اعداد گویا هستند

۹. فرض کنید A و B مربعی باشند. نشان دهید اگر AB وارون پذیر باشد آنگاه A و B هر دو وارون پذیرند. همچنین نشان دهید اگر $I - AB$ وارون پذیر باشد آنگاه $I - BA$ هم وارون پذیر است.

۱۰. فضای ستونی و فضای پوچ ماتریسهای زیر را بیان کنید.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

۱۱. جواب دستگاه زیر چه زیرفضایی از R^3 است؟ (صفحه؟ خط؟ یک نقطه؟)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

۱۲. ماتریسهای زیر را بصورت پلکانی در آورید. ستونهای محوری و ستونهای آزاد را مشخص کنید. جوابهای مخصوص دستگاههای $Ax = 0$ و $Bx = 0$ را بدست آورید. جواب این دستگاهها را بیان کنید.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}.$$

۱۳. توضیح دهید در روش محاسبه فضای پوچ که در کلاس ارائه شد، چرا جوابهای مخصوص مستقل خطی هستند. چرا ستونهای محوری مستقل خطی هستند؟