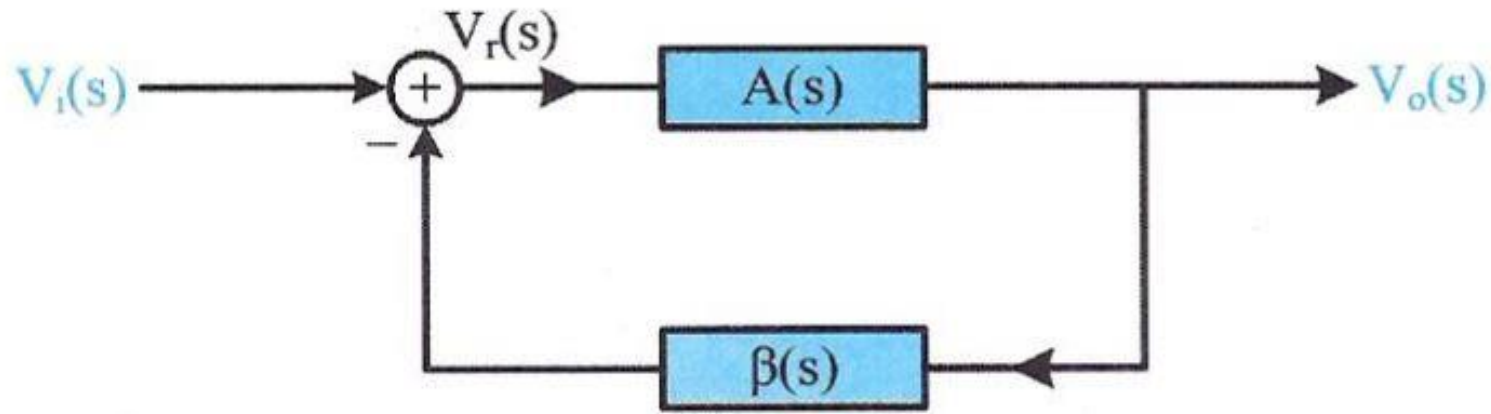


پاسخ فرکانسی و پایداری تقویت کننده‌های فیدبک‌دار



$$V_i(s) - V_o(s) \times \beta(s) = \frac{V_o(s)}{A(s)}$$

$$V_i(s) - V_o(s) \times \beta(s) = V_r(s)$$

$$V_r(s) \times A(s) = V_o(s)$$

$$A_f(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{A(s)}{1 + \beta(s)A(s)}$$

اثر فیدبک در پهنای باند تقویت‌کننده با یک قطب

$$A(s) = \frac{A_o}{1 + \frac{\omega_L}{s}}$$

$$A_f(s) = \frac{\frac{A_o}{1 + \frac{\omega_L}{s}}}{1 + \beta \frac{A_o}{1 + \frac{\omega_L}{s}}} = \frac{A_o}{1 + \beta A_o} \times \frac{1}{1 + \frac{\omega_L}{(1 + \beta A_o)s}}$$

$$\omega_{Lf} = \frac{\omega_L}{1 + A_o \beta}$$

اثر فیدبک در پهنای باند تقویت‌کننده با یک قطب

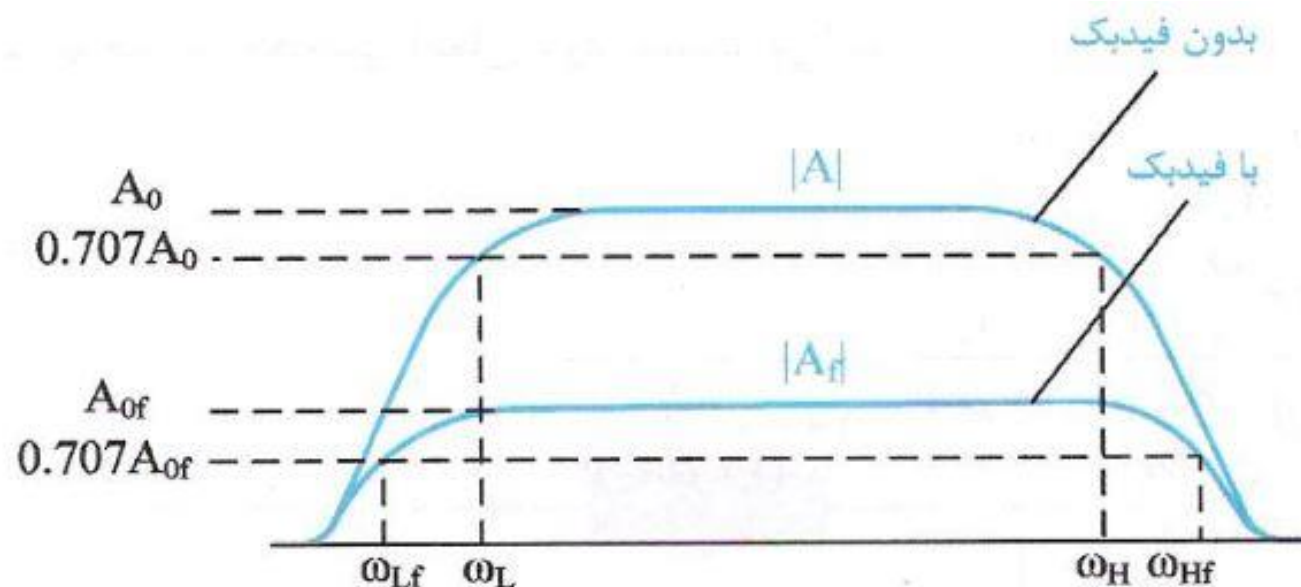
$$A(s) = \frac{A_o}{1 + \frac{s}{\omega_H}}$$

$$A_f(s) = \frac{\frac{A_o}{1 + \frac{s}{\omega_H}}}{1 + \beta \frac{A_o}{1 + \frac{s}{\omega_H}}} = \frac{A_o}{1 + \beta A_o} \times \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_H (1 + \beta A_o)}}$$

$$\omega_{Hf} = (1 + \beta A_o) \omega_H$$

اثر فیدبک در پهنای باند تقویت‌کننده با یک قطب

$$A_{of} = \frac{A_o}{1 + \beta A_o}$$



$$\omega_{Lf} = \frac{\omega_L}{1 + A_o \beta}$$

$$\omega_{Hf} = (1 + \beta A_o) \omega_H$$

پاسخ فرکانسی تقویت کننده فیدبک دار با دو قطب

$$A(s) = \frac{A_o}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right)}$$

$$A_f(s) = \frac{\frac{A_o}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right)}}{1 + \beta \frac{A_o}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right)}} = \frac{A_o}{1 + \beta A_o} \times \frac{1}{1 + \frac{s}{1 + \beta A_o} \left(\frac{1}{\omega_{p1}} + \frac{1}{\omega_{p2}}\right) + \frac{s^2}{1 + \beta A_o} \times \frac{1}{\omega_{p1}\omega_{p2}}}$$

$$P(s) = 1 + \frac{s}{1 + \beta A_o} \left(\frac{1}{\omega_{p1}} + \frac{1}{\omega_{p2}}\right) + \frac{s^2}{1 + \beta A_o} \times \frac{1}{\omega_{p1}\omega_{p2}}$$

$$P(s) = 1 + \frac{1}{Q} \left(\frac{s}{\omega_o}\right) + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2$$

$$\omega_o^2 = (1 + \beta A_o) \omega_{p1} \omega_{p2} \Rightarrow \omega_o = \sqrt{(1 + \beta A_o) \omega_{p1} \omega_{p2}}$$

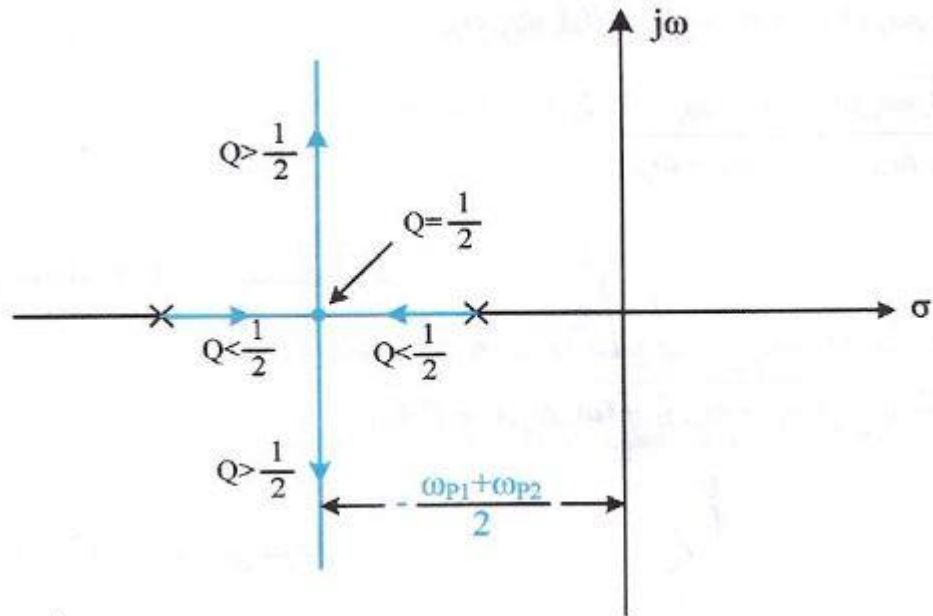
$$Q = \frac{\sqrt{(1 + \beta A_o) \omega_{p1} \omega_{p2}}}{\omega_{p1} + \omega_{p2}} = \frac{\omega_o}{\omega_{p1} + \omega_{p2}}$$

پاسخ فرکانسی تقویت کننده فیدبک دار با دو قطب

$$s = -\frac{\omega_{p1} + \omega_{p2}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\omega_{p1} + \omega_{p2})^2 - 4\omega_{p1}\omega_{p2}(1 + \beta A_o)}$$

$$s = -\frac{\omega_c}{2Q} \pm \sqrt{\frac{\omega_c^2}{4Q^2} - \omega_c^2} = -\frac{\omega_c}{2Q} \pm \frac{\omega_c}{2Q} \sqrt{1 - 4Q^2}$$

$$s = -\frac{\omega_{p1} + \omega_{p2}}{2} \pm \frac{\omega_{p1} + \omega_{p2}}{2} \sqrt{1 - 4Q^2}$$



الف) اگر $1 - 4Q^2 > 0$ باشد، $Q < \frac{1}{2}$ است و معادله در این حالت دو ریشه حقیقی دارد.

ب) اگر $1 - 4Q^2 = 0$ باشد، $Q = \frac{1}{2}$ است و معادله در این حالت دو ریشه مضاعف دارد.

ج) اگر $1 - 4Q^2 < 0$ باشد، $Q > \frac{1}{2}$ است و معادله در این حالت دو ریشه موهومی دارد.

پاسخ فرکانسی تقویت کننده فیدبک دار با دو قطب

$$A_f(s) = \frac{A_f(\infty)}{1 + \frac{1}{Q} \left(\frac{s}{\omega_r} \right) + \left(\frac{s}{\omega_r} \right)^2}$$

$$\frac{A_f(s)}{A_f(\infty)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{Q} \left(\frac{s}{\omega_r} \right) + \left(\frac{s}{\omega_r} \right)^2}$$

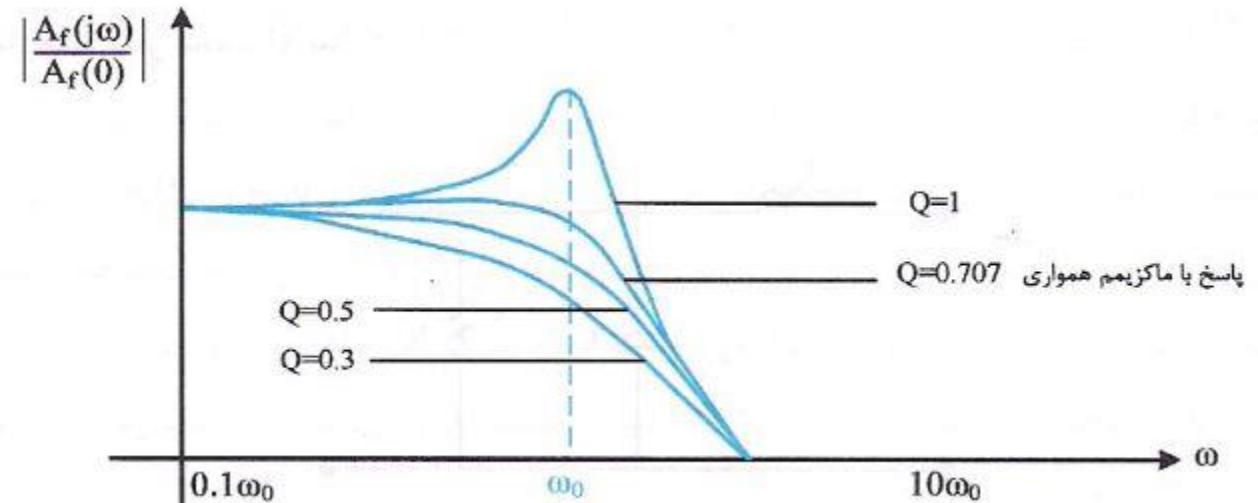
$$\frac{A_f(j\omega)}{A_f(\infty)} = \frac{1}{1 + \frac{j}{Q} \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right) - \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^2}$$

$$\left| \frac{A_f(j\omega)}{A_f(\infty)} \right| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_r^2} \right)^2 + \left(\frac{\omega}{Q\omega_r} \right)^2}}$$

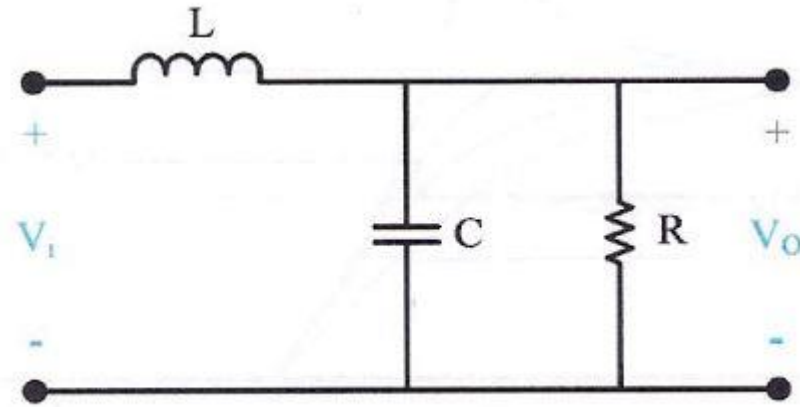
$$\frac{d \left| \frac{A_f(j\omega)}{A_f(\infty)} \right|}{d\omega} = - \left(\frac{2\omega}{\omega_r^2} \right) \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_r^2} \right) + \frac{1}{Q\omega_r^2} \times \frac{2\omega}{\omega_r^2}$$

$$\omega = \omega_r \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$$

$$1 - \frac{1}{2Q^2} > 0 \Rightarrow Q > \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707$$



پاسخ فرکانسی تقویت کننده فیدبک دار با دو قطب

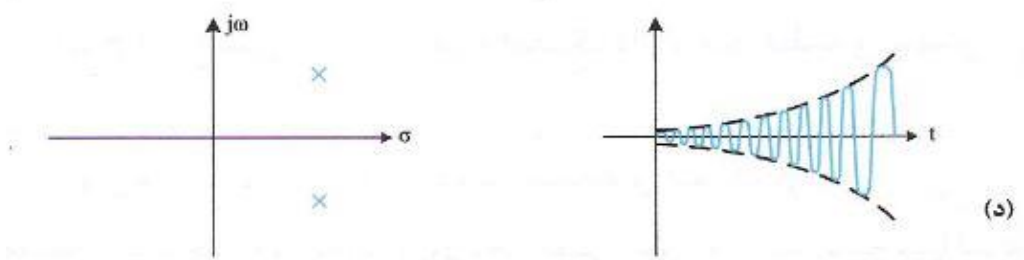
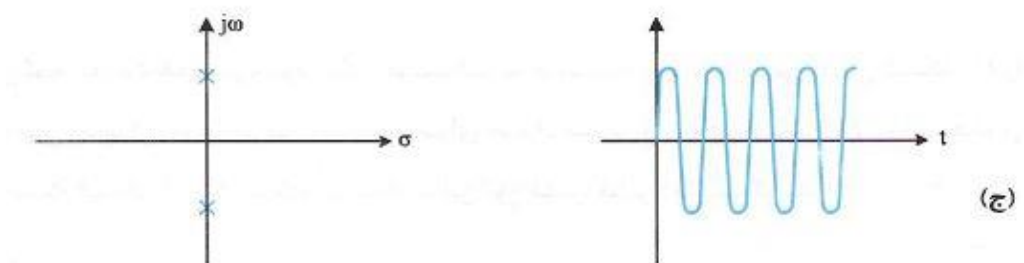
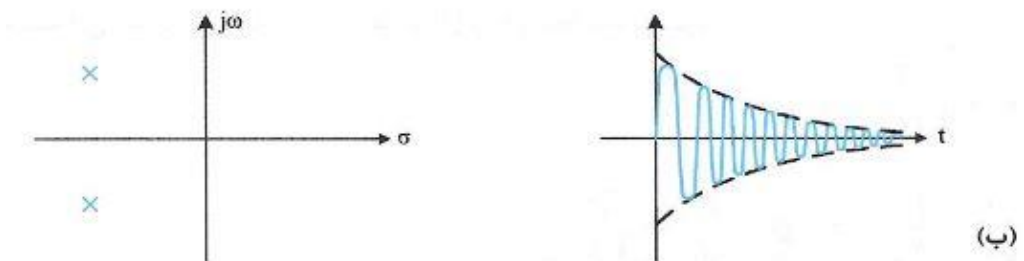


$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{1 + s\left(\frac{L}{R}\right) + s^2 LC}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$\frac{1}{Q\omega_n} = \frac{L}{R} \Rightarrow Q = \frac{R}{\omega_n L} = R \sqrt{\frac{C}{L}}$$

پاسخ فرکانسی تقویت کننده فیدبک دار با دو قطب



الف- پاسخ میرا (قطب‌ها حقیقی و سمت چپ محور موهومی) ب- پاسخ میرای نوسانی (قطب‌ها مختلط و سمت چپ محور موهومی) ج- پاسخ نوسانی (قطب‌ها روی محور موهومی) د- پاسخ ناپایدار نوسانی (قطب‌ها مختلط و سمت راست محور موهومی) هـ- پاسخ ناپایدار (قطب‌ها حقیقی و سمت راست محور موهومی)

پاسخ فرکانسی تقویت کننده فیدبک دار با سه قطب و بیشتر

روش های بررسی پایداری تقویت کننده های فیدبک دار

روش مکان هندسی

$$A_f(s) = \frac{A(s)}{1 + \beta(s)A(s)}$$

$$D(s) = 1 + \beta(s)A(s)$$

$$L(s) = \beta(s)A(s)$$

$$D(s) = 1 + L(s)$$

- ۱- مکان هندسی ریشه‌ها به تعداد قطب‌های $L(s)$ شاخه دارد که شروع این شاخه‌ها از قطب‌های $L(s)$ و پایان آن صفرهای $L(s)$ است.
- ۲- به میزان اختلاف تعداد قطب‌ها و صفرهای $L(s)$ ، مکان هندسی دارای صفر در بینهایت می‌باشد.
- ۳- اگر $L(s)$ دارای n قطب و m صفر باشد، طبق قاعده ۲ به تعداد $n-m$ (صفرهای در بینهایت) مجانب وجود دارد که زاویه این مجانب‌ها از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\gamma = \frac{(2i+1)\pi}{n-m} \quad ; \quad i = 0, 1, 2, \dots, n-m-1$$

- ۴- مجانب‌های قاعده ۲ در نقطه‌ای روی محور حقیقی با یکدیگر تلاقی پیدا می‌کنند که برای محاسبه این نقطه می‌توان نوشت:

$$\sigma_c = \frac{\text{مجموع صفرها} - \text{مجموع قطبها}}{n-m} = \frac{(-\omega_{p1} - \omega_{p2} - \dots - \omega_{pn}) - (-\omega_{z1} - \omega_{z2} - \dots - \omega_{zm})}{n-m}$$

$$= - \frac{\omega_{p1} + \omega_{p2} + \dots + \omega_{pn} - (\omega_{z1} + \omega_{z2} + \dots + \omega_{zm})}{n-m}$$

۵- تمام قسمت‌های محور حقیقی که مجموع تعداد صفرها و قطب‌های سمت راست آنها عددی فرد باشد، جزء مکان هندسی هستند.

۶- اگر مکان هندسی روی محور حقیقی و بین زوج صفر و یا زوج قطب قرار داشته باشد، در نقطه‌ای بین آن دو مکان از محور حقیقی جدا شده و تشکیل زوج صفر یا زوج قطب مزدوج می‌دهد که محل خروج مکان از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\frac{1}{\sigma_i + \omega_{p1}} + \frac{1}{\sigma_i + \omega_{p2}} + \dots + \frac{1}{\sigma_i + \omega_{pn}} = \frac{1}{\sigma_i + \omega_{z1}} + \frac{1}{\sigma_i + \omega_{z2}} + \dots + \frac{1}{\sigma_i + \omega_{pm}}$$

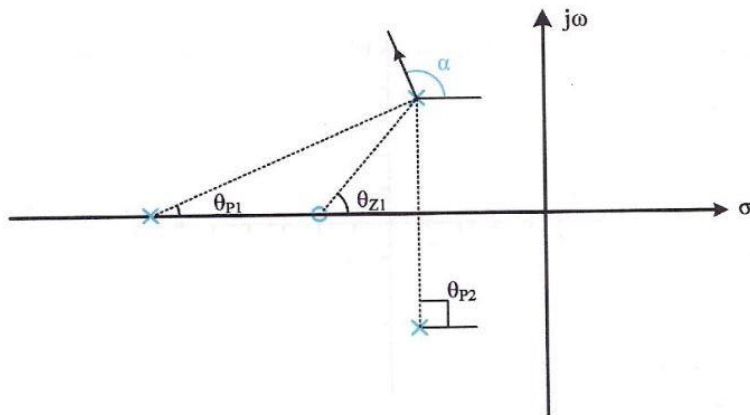
۷- زاویه خروج از قطب‌ها و زاویه ورود به صفرها

θ_{pi} ها زاویه بین قطب مورد نظر و سایر قطب‌ها و θ_{zi} ها نیز زاویه بین قطب مورد نظر و

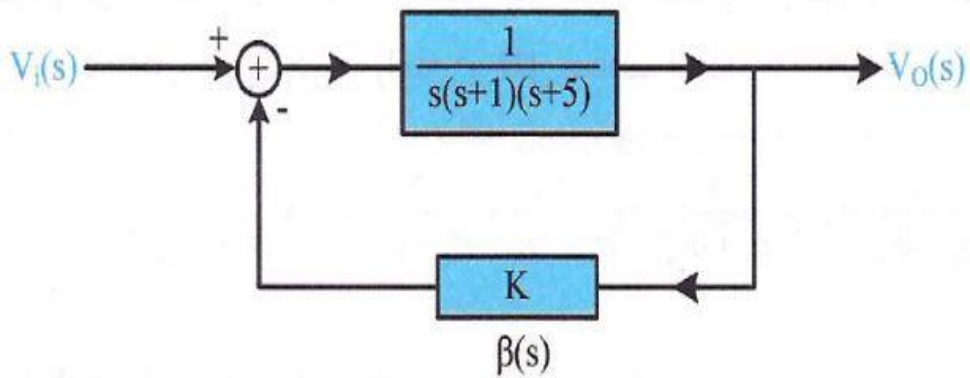
صفرهای تابع تبدیل

زاویه خروج از قطب مختلط : $\alpha = 180 - (\theta_{p1} + \theta_{p2} + \dots) + (\theta_{z1} + \theta_{z2} + \dots)$

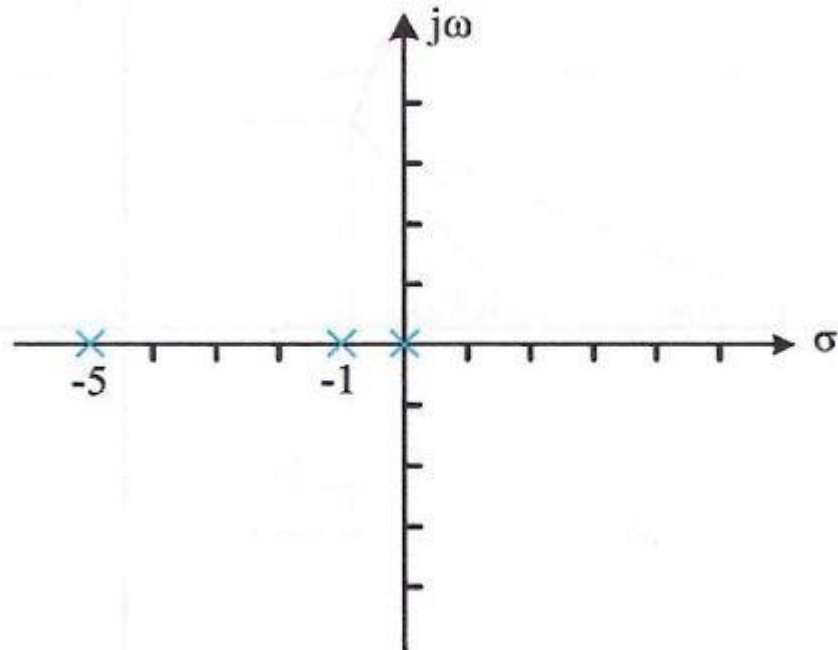
زاویه ورود به صفر مختلط : $\alpha = 180 + (\theta_{p1} + \theta_{p2} + \dots) - (\theta_{z1} + \theta_{z2} + \dots)$



برای رسم مکان هندسی طبق قواعد ۱ تا ۷ عمل می‌شود:



$$L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+5)}$$



۱- مکان دارای سه شاخه است.

۲- با توجه به اینکه $L(s)$ صفری ندارد، قطب‌های سیستم به طرف سه صفر در بینهایت می‌روند.

۳- به توجه به $n=3$ و $m=0$ سه مجانب وجود دارد و زاویه آنها به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\gamma = \frac{(2i+1)\pi}{3-0} = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \quad (i=0, 1, 2)$$

۴- مجانب‌ها در نقطه σ_0 بر روی محور حقیقی با یکدیگر تلاقی دارند و:

$$\sigma_0 = -\frac{(1+5+0)-(0)}{3-0} = -2$$

۵- ناحیه بین قطب‌های ۰ و ۱- و سمت چپ قطب ۵-، جزء مکان است.

۶- مکان در نقطه‌ای بین قطب‌های ۰ و ۱- از محور حقیقی جدا می‌شود و برای محاسبه این نقطه از معادله (۳-۳۱) بدست می‌آید:

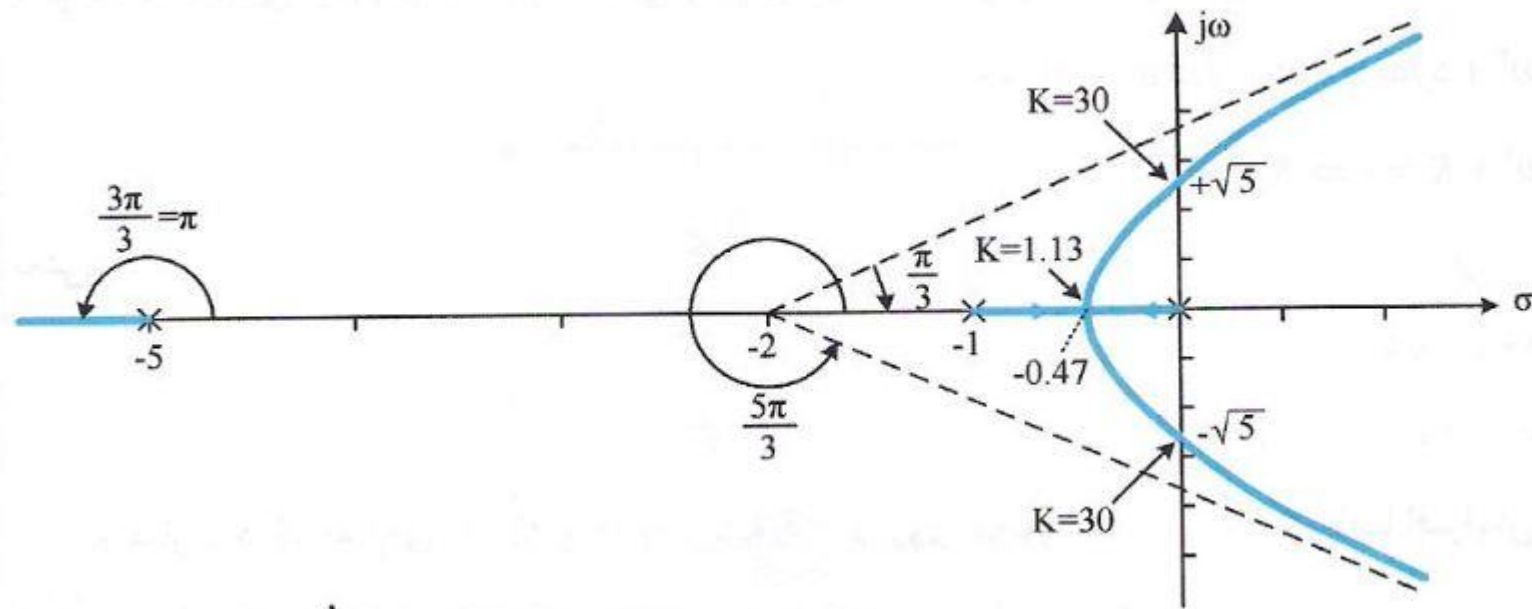
$$\frac{1}{\sigma_i+0} + \frac{1}{\sigma_i+1} + \frac{1}{\sigma_i+5} = 0$$

از حل معادله اخیر:

$$\sigma_1 = -3/5, \quad \sigma_2 = -0/47$$

با توجه به قاعده ۶ تنها نقطه $-0/47$ قابل قبول است چرا که $-3/5$ جزء مکان بین دو قطب نمی‌باشد.

۷- محاسبه زاویه خروج قطب‌ها لازم نیست چرا که همگی آنها روی محور حقیقی از مکان اولیه خارج می‌شوند.¹⁴



$$A_f(s) = \frac{A(s)}{1 + \beta(s)A(s)} = \frac{1}{1 + K \frac{1}{s(s+1)(s+\Delta)}} = \frac{1}{s(s+1)(s+\Delta) + K}$$

$$s(s+1)(s+\Delta) + K = 0 \Rightarrow j\omega(j\omega+1)(j\omega+\Delta) + K = 0$$

$$-j\omega^2 - \epsilon\omega^2 + \Delta j\omega + K = 0$$

$$-j\omega^2 + \Delta j\omega = 0 \Rightarrow -j\omega(\omega^2 - \Delta) = 0$$

$$-\epsilon\omega^2 + K = 0 \Rightarrow K = \epsilon\omega^2$$

$$\omega = 0, \pm\sqrt{\Delta}$$

$$K = 0, \infty$$

- به ازای $0 < K < 30$ سیستم پایدار است.

- به ازای $K = 30$ سیستم نوسانی پایدار می باشد.

- به ازای $K > 30$ سیستم ناپایدار خواهد بود.

علاوه بر محدوده مقدار فیدبک که باعث پایداری می شود مقدار دیگری از فیدبک نیز که به ازای آن قطبها مختلط می شوند دارای اهمیت است. با توجه به معادله مشخصه می توان نوشت:

$$s(s+1)(s+5)+K=0$$

همچنین خروج قطبها از محور حقیقی در $\sigma_1 = -0.47$ می باشد، لذا:

$$(-0.47)(-0.47+1)(-0.47+5)+K=0$$

$$K = 0.47 \times 0.53 \times 4.53 = 1.13$$

بررسی پایداری با استفاده از روش دیاگرام بُد

$$A_f(j\omega) = \frac{A(j\omega)}{1 + \beta(j\omega)A(j\omega)}$$

$$L(j\omega) = \beta(j\omega)A(j\omega)$$

$$1 + \beta(j\omega)A(j\omega) = 0$$

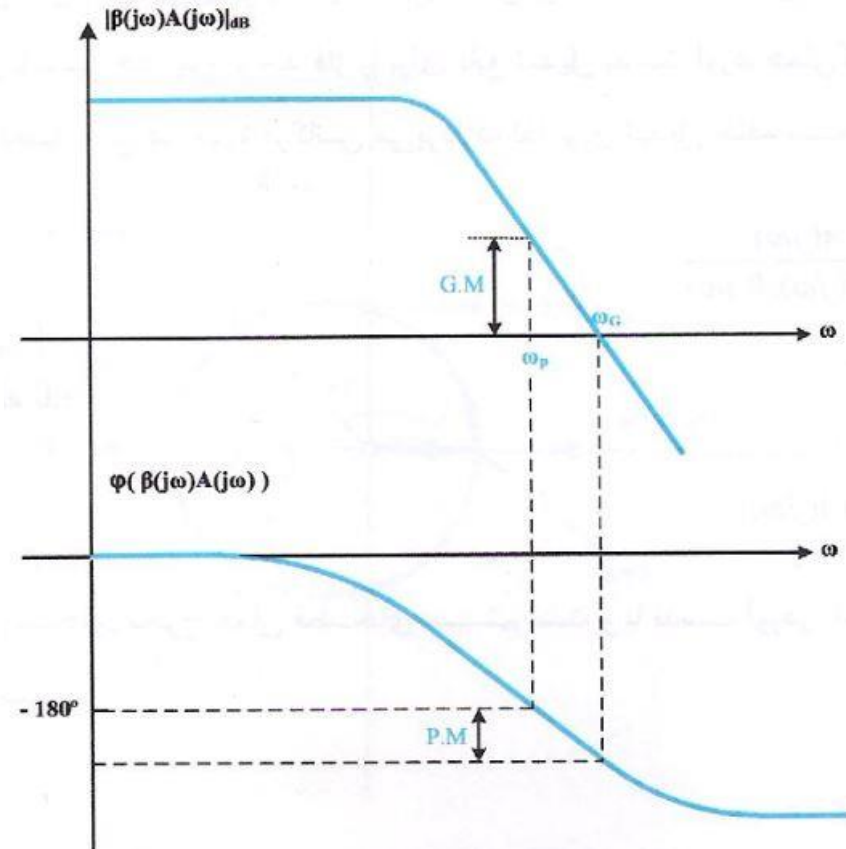
$$G.M = -20 \log_{10} |\beta(j\omega_p)| \cdot |A(j\omega_p)|$$

$$\beta(j\omega)A(j\omega) = -1$$

$$P.M = 180^\circ + \angle \beta(j\omega_G)A(j\omega_G)$$

با بدست آوردن حد بهره و حد فاز تنها سه حالت امکان پذیر است:

- الف- حد بهره و حد فاز هر دو مثبت باشند. در این صورت تابع تبدیل حلقه بسته پایدار است.
- ب- حد بهره و حد فاز هر دو صفر باشند. در این صورت پایداری نوسانی وجود دارد.
- ج- حد بهره و حد فاز منفی باشند. در این صورت تابع تبدیل حلقه بسته ناپایدار است.



$$L(f) = \frac{100\beta}{(1 + j\frac{f}{10^5})^2}$$

برای تابع تبدیل حلقه باز زیر پایداری تقویت کننده را به ازای $\beta=0.2$ و $\beta=0.02$ بررسی کنید.

$$L(f) = \frac{100\beta}{\left[\sqrt{1 + \left(\frac{f}{10^5}\right)^2}\right]^2} \angle -2 \tan^{-1}\left(\frac{f}{10^5}\right)$$

$$-2 \tan^{-1}\left(\frac{f_p}{10^5}\right) = -180$$

$$f_p = 1/73 \times 10^5 \text{ Hz}$$

$$G.M = -20 \log \frac{100\beta}{\left[\sqrt{1 + \left(\frac{f_p}{10^5}\right)^2}\right]^2}$$

$$G.M = -20 \log \frac{100\beta}{\lambda}$$

$$G.M|_{\beta=0.2} = -20 \log \frac{100 \times 0.2}{\lambda} = -7.96 \text{ dB}$$

$$G.M|_{\beta=0.02} = -20 \log \frac{100 \times 0.02}{\lambda} = 12.04 \text{ dB}$$

با توجه به منفی بودن حد بهره برای $\beta=0.2$ و مثبت بودن آن برای $\beta=0.02$ نتیجه می شود که به ازای $\beta=0.2$ سیستم ناپایدار و به ازای $\beta=0.02$ سیستم پایدار است. دقت کنید که با توجه به هم علامت بودن حد بهره و حد فاز نیازی به محاسبه هر دو آنها در تحلیل پایداری وجود ندارد.

تقویت‌کننده‌ای با سه قطب در فرکانس‌های 10^5 ، 10^6 و 10^7 هرتز در نظر بگیرید. با

فرض اینکه بهره DC آن 10^5 باشد و با استفاده از روش دیاگرام بُد:

الف - به ازای بهره فیدبک واحد پایداری را بررسی کنید .

ب - حداکثر مقدار بهره فیدبک را برای داشتن یک سیستم پایدار محاسبه نمایید.

ج - بهره فیدبک را به گونه‌ای بیابید که حد فاز سیستم 45° باشد.

د - حد بهره و حد فاز را به ازای بهره فیدبک $\beta = 3/16 \times 10^{-4}$ بدست آورید.

$$|A(f)| = \begin{cases} 10^5 & f < 10^5 \\ \frac{10^5}{f} = \frac{10^{10}}{f} & 10^5 < f < 10^6 \\ \frac{10^5}{(\frac{f}{10^5})(\frac{f}{10^6})} = \frac{10^{16}}{f^2} & 10^6 < f < 10^7 \\ \frac{10^5}{(\frac{f}{10^5})(\frac{f}{10^6})(\frac{f}{10^7})} = \frac{10^{22}}{f^3} & 10^7 < f \end{cases}$$

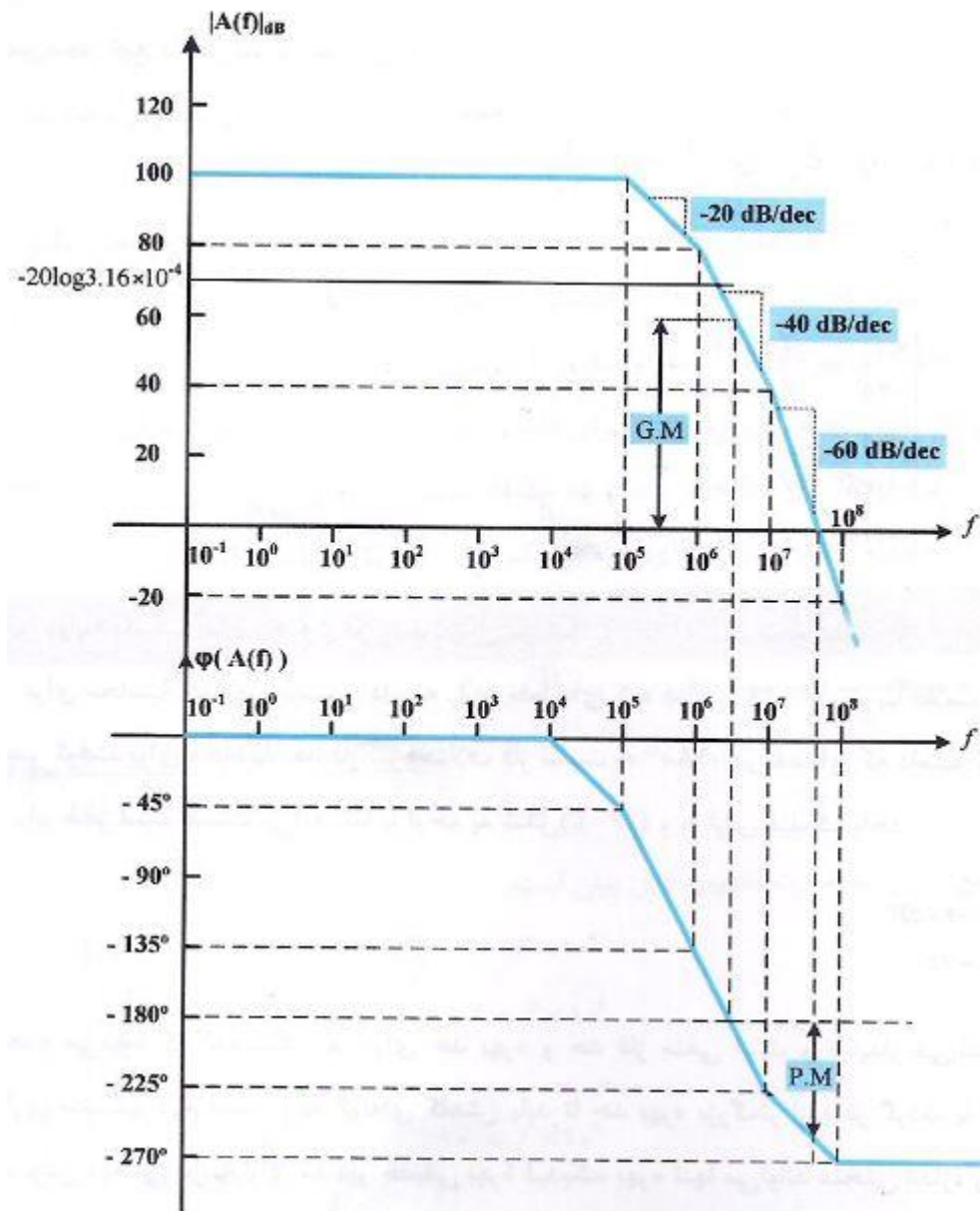
$$|A(f)|_{dB} = \begin{cases} 100 & f < 10^5 \\ 200 - 20 \log f & 10^5 < f < 10^6 \\ 320 - 40 \log f & 10^6 < f < 10^7 \\ 460 - 60 \log f & 10^7 < f \end{cases}$$

$$\Phi \angle A(f) = 0 - \operatorname{tg}^{-1} \frac{f}{10^4} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{f}{10^5} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{f}{10^6}$$

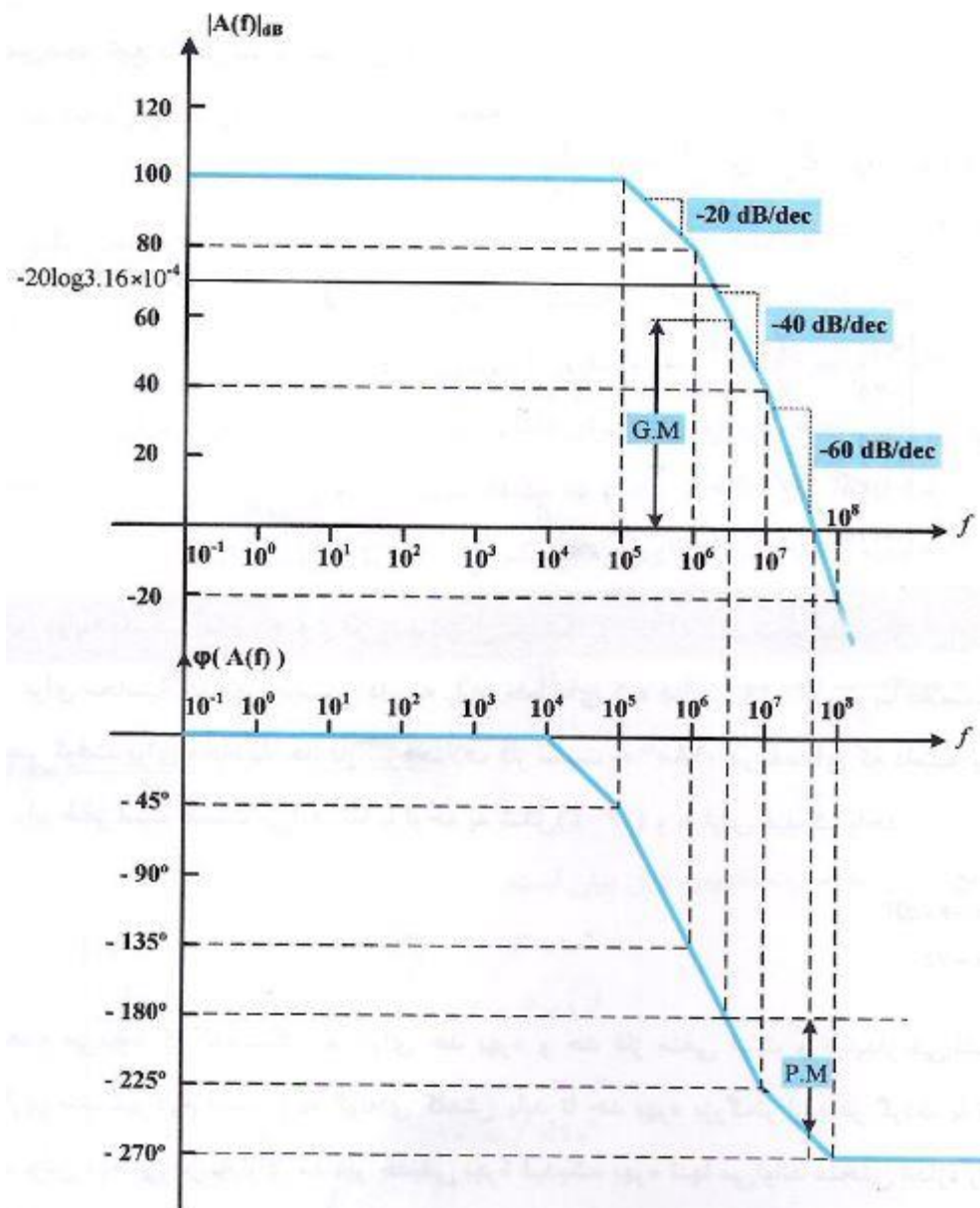
$$\Phi \angle A(f) = \begin{cases} 0 & f < 10^4 \\ -45^\circ & f = 10^4 \\ -90^\circ & f = 10^5 \\ -135^\circ & f = 10^6 \\ -180^\circ & f = 10^7 \\ -225^\circ & f = 10^8 \\ -270^\circ & f > 10^8 \end{cases}$$

$$G.M. = -9.0 \text{ dB}$$

$$P.M. = -75^\circ$$



ب - حداکثر مقدار بهره فیدبک را برای داشتن یک سیستم پایدار محاسبه نمایید.



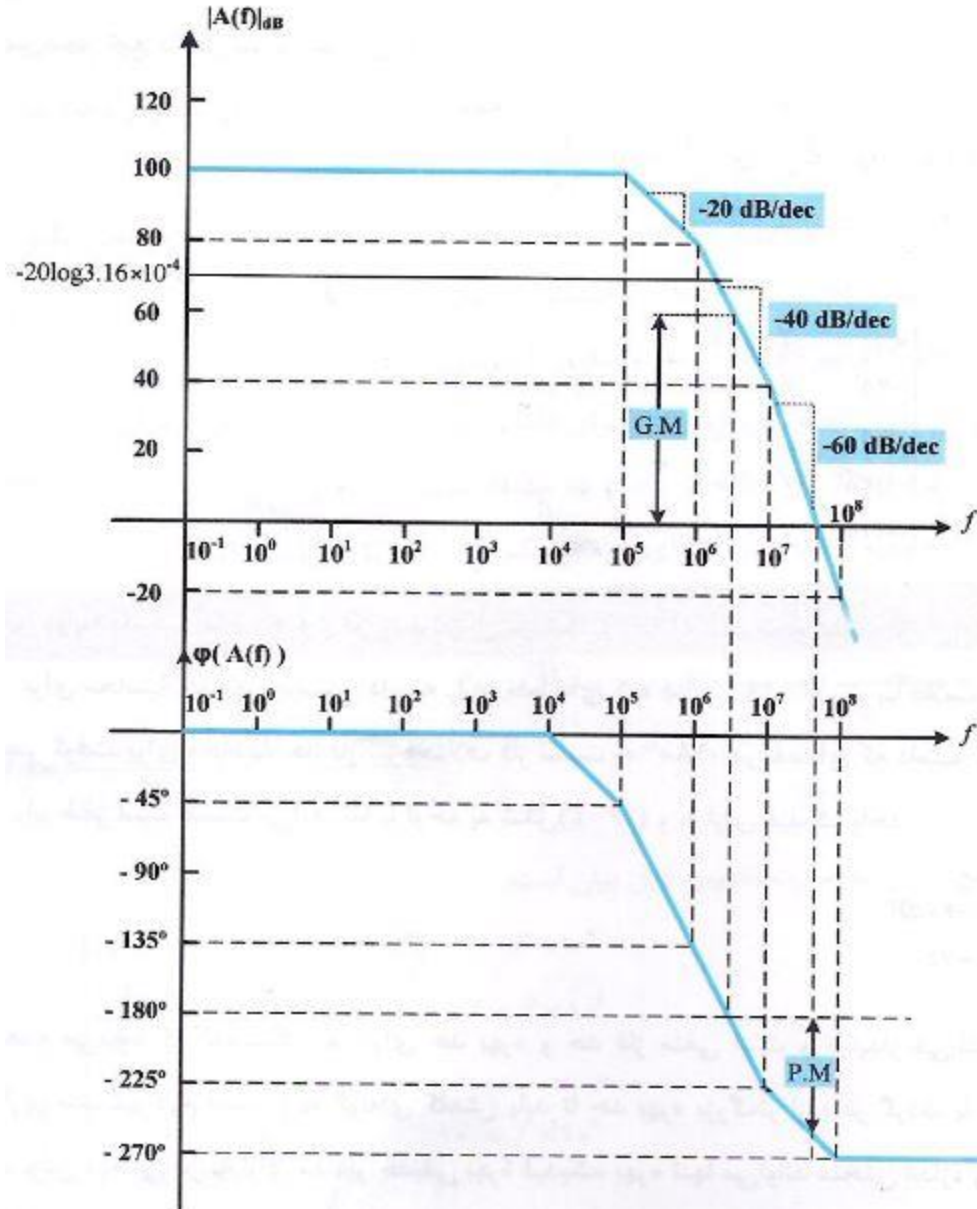
$$G.M. = -60 \text{ dB}$$

$$P.M. = -75^\circ$$

$$-20 \log \beta = 60 \text{ dB}$$

$$\beta = 1 \times 10^{-7} = 0.001$$

ج - بهره فیدبک را به گونه‌ای بیابید که حد فاز سیستم 45° باشد.



$$-20 \log \beta = 80 \text{ dB}$$

$$\beta = 1 \times 10^{-4} = 0.0001$$

د - حد بهره و حد فاز را به ازای بهره فیدبک $\beta = 3/16 \times 10^{-4}$ بدست آورید.

$$20 \log \beta = 20 \log 3/16 \times 10^{-4} = -70 \text{ dB}$$

$$20 \log \beta |A(f)| = 20 \log \beta + 20 \log |A(f)|$$

$$320 - 40 \log f = 70 \Rightarrow f = 1/78 \times 10^8$$

$$\Phi \angle A(f) = \Phi \angle \beta A(f) = -90^\circ - \tan^{-1} \frac{f}{10^5} - \tan^{-1} \frac{f}{10^6} = -160/76^\circ$$

$$P.M = +180 - 160/76 = 19/24$$

