



بسمه تعالی
«تمرین شماره دو»

شماره دانشجویی :

نام استاد: کام ور

نام و نام خانوادگی :

نام درس : ریاضیات مهندسی

رديف جهت مشاهده اطلاعات بیشتر به سایت wp.kntu.ac.ir/mkamvar در قسمت Engineering Mathematics مراجعه نمایند .

۱	با روش جداسازی متغیرها (روش ضربی) جواب عمومی هریک از معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی زیر را بدست آورید. الف) $u_x + u_y = 0$ ب) $yu_x = xu_y$
۲	هر یک از معادلات زیر را با تغییر متغیرهای داده شده حل کنید: الف) $u_{xx} + u_{xy} = 2u_{yy}$; $v = x + y$, $z = 2x - y$ ب) $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} = 0$; $v = y$, $z = x + y$
۳	با روش جداسازی متغیرها هر یک از معادلات زیر را حل کنید. الف) $u_{tt} = 4u_{xx}$; $0 < x < p$, $t > 0$ $u(x, 0) = 0$ $u_t(x, 0) = x + 1$ $0 \leq x \leq p$ $u(0, t) = u(p, t) = 0$ $t \geq 0$ ب) $u_{tt} - 4u_{xx} = x + t^2$; $0 < x < p$, $t > 0$ $u(x, 0) = 1$ $u_t(x, 0) = -x$ $0 \leq x \leq p$ $u(0, t) = t^2$ $u(p, t) = t$ $t \geq 0$
۴	مسئله ارتعاش نخ (c=2) به طول یک واحد که از دو سر آن ثابت شده است را در حالتی حل کنید که سرعت اولیه آن صفر بوده و جابجایی اولیه آن بصورت $f(x) = x(1-x)$ بر حسب x تغییر می کند.
۵	درجه حرارت در میله ای به طول ۱۰ سانتیمتر را بیابید در صورتیکه درجه حرارت دو سر میله برابر صفر بوده و دمای اولیه $u(x, 0) = \sin(0.1\pi x)$ باشد. ($c^2 = 1.752$)
۶	مسئله قبل را در حالتیکه $u(x, 0)$ بصورت زیر باشد حل نمایید. $u(x, 0) = \begin{cases} x & 0 < x < 5 \\ 10 - x & 5 < x < 10 \end{cases}$



بسمه تعالی
«تمرین شماره دو»

شماره دانشجویی :

نام استاد: کام ور

نام و نام خانوادگی :

نام درس : ریاضیات مهندسی

رديف جهت مشاهده اطلاعات بیشتر به سایت wp.kntu.ac.ir/mkamvar در قسمت Engineering Mathematics مراجعه نمایند .

۷

با روش جداسازی متغیرها هر یک از معادلات زیر را حل کنید.

الف) $u_t - 4u_{xx} = xt$; $0 < x < 1$, $t > 0$

$$u(x, 0) = \sin p x \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$u(0, t) = t \quad u(1, t) = t^2 \quad t \geq 0$$

ب) $u_t = u_{xx}$; $0 < x < 1$, $t > 0$

$$u(x, 0) = \begin{cases} 1 & 0 < x < \frac{1}{2} \\ x & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$u(0, t) = u(1, t) = 0 \quad t \geq 0$$

ج) $u_t = 4u_{xx}$; $0 < x < p$, $t > 0$

$$u(x, 0) = -\sin x \cos x \quad 0 \leq x \leq p$$

$$u(0, t) = u(p, t) = 0 \quad t \geq 0$$

۸

هر یک از معادلات دیفرانسیل زیر را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید.

الف) $u_t + u_x = x$; $x > 0$, $t > 0$

$$u(x, 0) = 0 \quad x \geq 0$$

$$u(0, t) = 0 \quad t \geq 0$$

ب) $u_t + u_x + u = 0$; $x > 0$, $t > 0$

$$u(x, 0) = \sin x \quad x \geq 0$$

$$u(0, t) = 0 \quad t \geq 0$$

ج) $u_t = u_{xx}$; $0 < x < 2$, $t > 0$

$$u(x, 0) = 3\sin(2p x) \quad 0 \leq x \leq 2$$

$$u(0, t) = u(2, t) = 0 \quad t \geq 0$$



بسمه تعالی
«تمرین شماره دو»

شماره دانشجویی :

نام استاد: کام ور

نام و نام خانوادگی :

نام درس : ریاضیات مهندسی

رديف جهت مشاهده اطلاعات بیشتر به سایت wp.kntu.ac.ir/mkamvar در قسمت Engineering Mathematics مراجعه نمایند .

د) $u_{tt} = 4u_{xx}$; $0 < x < 1$, $t > 0$

$u(x, 0) = 0$ $u_t(x, 0) = 0$ $0 \leq x \leq 1$

$u(0, t) = 0$ $u(1, t) = 0$ $t \geq 0$

هر یک از معادلات دیفراتسیل زیر را به کمک تبدیل مناسب فوریه (سینوسی یا کسینوسی) حل کنید.

الف) $u_t = u_{xx}$; $x > 0$, $t > 0$

$u(x, 0) = \sin(2\pi x)$ $x \geq 0$

$u(0, t) = 0$ $t \geq 0$

ب) $u_t = 4u_{xx}$; $x > 0$, $t > 0$

$u(x, 0) = \cos(2\pi x)$ $x \geq 0$

$u_t(0, t) = 0$ $t \geq 0$

موفق باشید.