



$$Y = W X$$

$\downarrow \mathbb{R}^4$ $\downarrow \mathbb{R}^{4 \times 3}$ $\downarrow \mathbb{R}^3$

$$W \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} wx_1 & wx_2 & \dots & wx_n \end{bmatrix}$$

$$A B = A \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \dots & b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ab_1 & Ab_2 & \dots & Ab_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1^T \\ x_2^T \\ \vdots \\ x_n^T \end{bmatrix} W^T = \begin{bmatrix} x_1^T W^T \\ x_2^T W^T \\ \vdots \\ x_n^T W^T \end{bmatrix}$$

$$X^T W^T = (WX)^T$$

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' & y' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & y_n \end{bmatrix}$$

np.inner(a, b)

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \underbrace{X^T}_{1 \times 3} \underbrace{Y}_{3 \times 1} = \underbrace{Y^T X}_{1 \times 1}$$

np.outer

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \underbrace{X}_{3 \times 1} \underbrace{Y^T}_{1 \times 2} = \begin{bmatrix} x_1 y_1 & x_1 y_2 \\ x_2 y_1 & x_2 y_2 \\ x_3 y_1 & x_3 y_2 \end{bmatrix}$$

$$u^T v = v^T u$$

$$u \otimes v = (v \otimes u)^T$$

LA7 (II)

~~$u \cdot v = v \cdot u$~~

$$u v^T = (v u^T)^T$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ax + bz & ay + bt \\ cx + dz & cy + dt \\ ex + fz & ey + ft \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ay + bt \\ cy + dt \\ ey + ft \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ax & ay \\ cx & cy \\ ex & ey \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} bz & bt \\ dz & dt \\ fz & ft \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a \\ c \\ e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ d \\ f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z & t \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a \\ c \\ e \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ d \\ f \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} z \\ t \end{bmatrix}$$

outer \rightarrow $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} e \\ f \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae & af & ag \\ be & bf & bg \\ ce & cf & cg \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$

cross \leftarrow $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e \\ f \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} bg - cf \\ ce - ag \\ af - be \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b & c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d & e & f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g & h & i \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} n \\ A | B \\ m \times n \quad n \times p \end{matrix} = \begin{matrix} [A_1 \ A_2] \\ m \times n_1 \quad m \times n_2 \end{matrix} \begin{matrix} [B_1 \\ B_2] \\ n_1 \times p \\ n_2 \times p \end{matrix} = \begin{matrix} A_1 B_1 + A_2 B_2 \\ m \times p \quad m \times p \end{matrix} \quad \text{LA 7 (3)}$$

$n_1 + n_2 = n$

$$A B = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} A_1 B \\ A_2 B \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix} \begin{matrix} m_1 \\ m_2 \end{matrix} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{matrix} \begin{matrix} n_1 & n_2 \\ p_1 & p_2 \end{matrix} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{matrix} n_1 \\ n_2 \end{matrix}$$

$$= \begin{bmatrix} A_{11} B_{11} + A_{12} B_{21} & A_{11} B_{12} + A_{12} B_{22} \\ A_{21} B_{11} + A_{22} B_{21} & A_{21} B_{12} + A_{22} B_{22} \end{bmatrix}$$