

مبانی دینامیک خودرو

نویسنده:

توماس گیلسپی

برگردانندگان:

دکتر رضا کاظمی

مهندس سید محمد مهدی انصاری موحد

مبانی دینامیک خودرو

توماس گیلسپی

رضا کاظمی
مهدی انصاری

مبانی دینامیک خودرو

کتاب مبانی دینامیک خودرو نوشته توماس گیلسپی که در یک جلد نگارش یافته است، فراهم‌گر اصول مهندسی و پایه‌ریز روش‌های ساده تحلیلی برای بررسی و همانندسازی کارکرد خودروهای جاده‌ای است. این کتاب خواننده را با اصول مکانیکی مدل‌سازی کارکرد خودرو، روش‌های تحلیلی پاسخ‌یابی و نیز واژه‌شناسی خودرو آشنا می‌نماید.

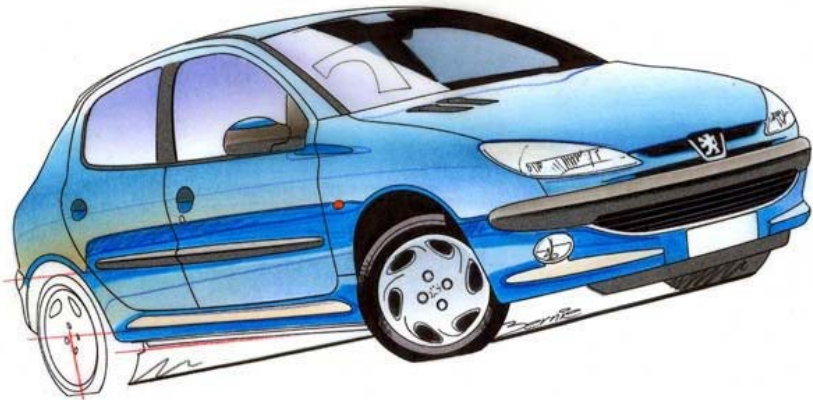
نویسنده:

دکتر توماس گیلسپی یک دانشمند محقق در انستیتو تحقیقات حمل و نقل دانشگاه میشیگان است که دروس دینامیک خودرو و مهندسی خودرو را تدریس می‌نماید. نیز در کمپانی خودروسازی فورد و کمپانی‌های دیگر خودروساز به عنوان مدرس و مشاور دینامیک خودرو شناخته شده است. همچنین در کاخ سفید به عنوان مشاور و رییس بخش تحقیقات و نوآوری در زمینه‌های دانش و فن‌آوری و نیز ابرساناها کار کرده است. در حال حاضر او رهبری مرکز تحقیقات حمل و نقل خودروهای سنگین را بر عهده دارد.

برگردانندگان:

دکتر رضا کاظمی استادیار دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی می‌باشد که دروس دینامیک خودرو، طراحی سازه بدنه خودرو، سیستم‌های دینامیکی، استاندارد سیستم‌های شاسی و بدنه، پیش‌الگوسازی مجازی و ... را در آن دانشگاه و دانشگاه‌های صنعتی شریف و تهران تدریس می‌کند. همچنین مسول دپارتمان دینامیک خودرو مرکز تحقیقات ایران خودرو می‌باشد، که مسولیت چندین پروژه را در زمینه سیستم‌های دینامیکی خودرو بر عهده داشته است. نیز ایشان از مشاوران صنعت در زمینه سیستم‌های دینامیکی خودرو می‌باشد. مهندس سید محمد مهدی انصاری موحد (لیسانس مهندسی مکانیک دانشگاه تهران و فوق لیسانس دانشگاه صنعتی شریف) در زمینه‌های شبیه‌سازی و پیاده‌سازی سیستم‌های دینامیکی، دینامیک خودرو و نیز مواد کامپوزیت کار کرده است. در حال حاضر مسولیت گروه شبیه‌سازی مجازی و مدل‌سازی با نرم‌افزار آدامز را در دپارتمان دینامیک خودرو مرکز تحقیقات ایران خودرو را بر عهده دارد.

گفتار (۱) سرآغاز



خودرو پژو ۲۰۶ از نمونه‌های موفق فن‌آوری نوین خودروسازی

۱-۱ روزگار پیدایش خودروهای موتوری

آغاز زندگی و پیدایش خودروهای موتوری به سال ۱۷۶۹ میلادی باز می‌گردد، هنگامی که مهندس نظامی فرانسوی، نیکولاس ژوزف کاگنوت^۱، یک سه چرخه بخار را برای کشیدن و حمل و نقل قطعات توپ می‌سازد [۱]. پس از گذشت چند سال یک مدل بهتر ساخته می‌شود، که برخورد آن با دیوار سبب رخ دادن نخستین پیش‌آمد رانندگی در تاریخ خودروهای جاده‌ای می‌گردد. در پی آن در سال ۱۷۸۴ میلادی یک خودرو با توان بخار توسط مهندس اسکاتلندی جیمز وات^۲ ساخته می‌شود، که از کارایی چندانی برخوردار نبود. در سال ۱۸۰۲ میلادی ریچارد ترویتیک^۳ انگلیسی، یک واگن بخار را به وجود آورد که فاصله میان کورنوال^۴ و لندن را

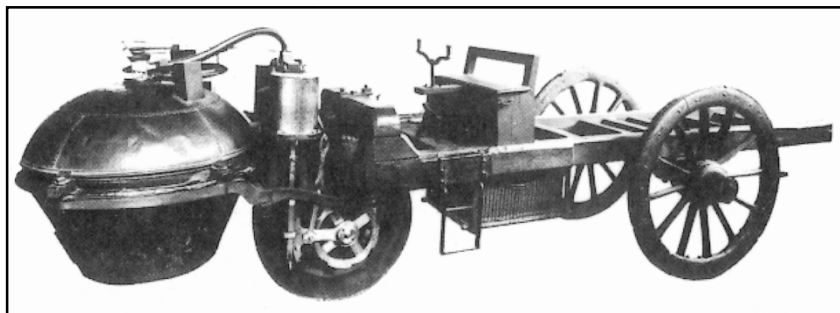
1 - Nicholas Joseph Cugnot (1725-1804)

2 - James Watt (1736-1819)

3 - Richard Trevithick (1771-1833)

4 - Cornwall

می‌پیماید. یک شب به سبب فراموشی ترویتیک در خاموش کردن آتش دیگ بخار، واگن طعمه آتش سوزی شده و از بین می‌رود. بازار کالسکه‌ها و واگن‌های بخار در انگلیس تا سال ۱۸۶۵ میلادی رونق داشت تا اینکه سرانجام رقابت با راه‌آهن و نیز تصویب قوانین صریح بر علیه سرعت به عمر این دسته از خودروها پایان می‌دهد [۲].



شکل (۱-۱) سیرکا ۱۷۶۹ (Circa)، نخستین خودروی موتور که توسط کانگنوت ساخته شد

نخستین سواری‌های عملی که موتور بنزینی توان آنها را فراهم می‌ساخت، در سال ۱۸۸۶ میلادی ایجاد شد و سازندگان عمده آن کارل بنز^۱ و گوتلیب دایملر^۲ می‌باشند که جداگانه کار می‌کردند. در دهه بعدی، بسیاری از پیش‌کسوتان با نام‌های آشنایی چون رنه پانارد^۳، امیل لواسور^۴، آرماند پژو^۵، فرانک و چارلز دیوری^۶، هنری فورد^۷ و رنسام اولدز^۸ خودروهای سواری را توسعه و گسترش دادند. صنایع خودروسازی در آمریکا در سال ۱۹۰۸ میلادی به گستردگی توسط هنری فورد با ساخت مدل فورد T و به دنبال آن ایجاد کمپانی جنرال موتورز گسترش یافته بود. در اروپا کمپانی‌های آشنایی چون دایملر، اپل، رنو، بنز و پژو به عنوان خودروسازان شناخته شدند. در سال ۱۹۰۹ میلادی بیش از ۶۰۰ نمونه خودرو در آمریکا ایجاد شده بود [۳].

در دهه‌های آغازین قرن بیستم، تلاش مهندسان خودروساز در راستای نوآوری و طراحی‌هایی بود که خودروهای سریع‌تر، آسوده‌تر و قابل اطمینان‌تر را به دنبال داشت. در صنایع نارس خودرو،

1 - Karl Benz (1844-1929)

2 - Gottlib Daimler (1834-1900)

3 - Rene Panhard

4 - Emile Levasser

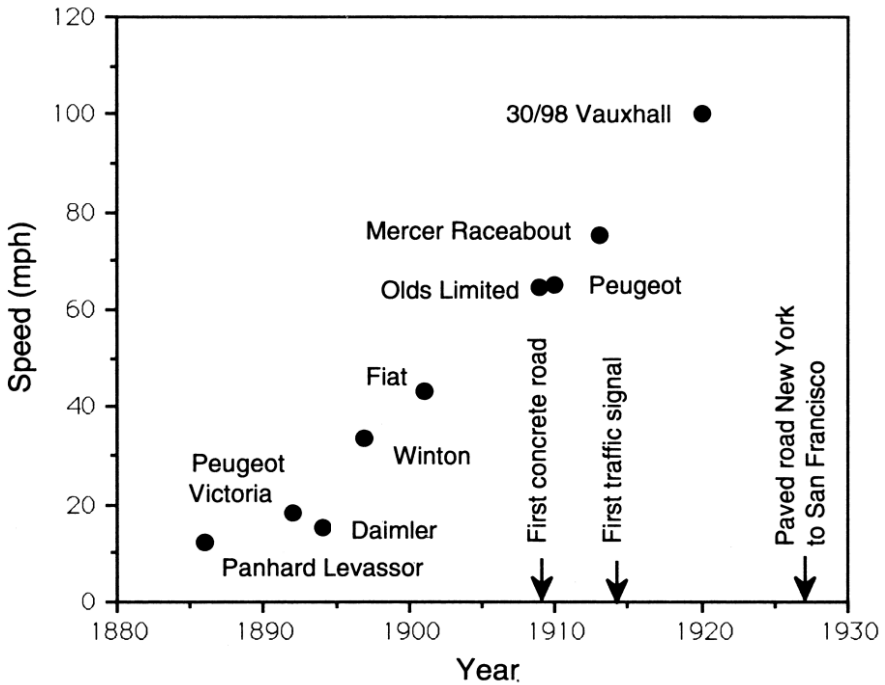
5 - Armand Peugeot

6 - Frank & Charles Duryea

7 - Henry Ford

8 - Ransom Olds

ویژگی‌های سرعتی خودروهای موتوری در زمانی کوتاه افزایش چشم‌گیری داشت. شکل (۲-۱) نمایانگر افزایش سرعت خودروهای مرسوم است.



شکل (۲-۱) سیر افزایش سرعت خودرو

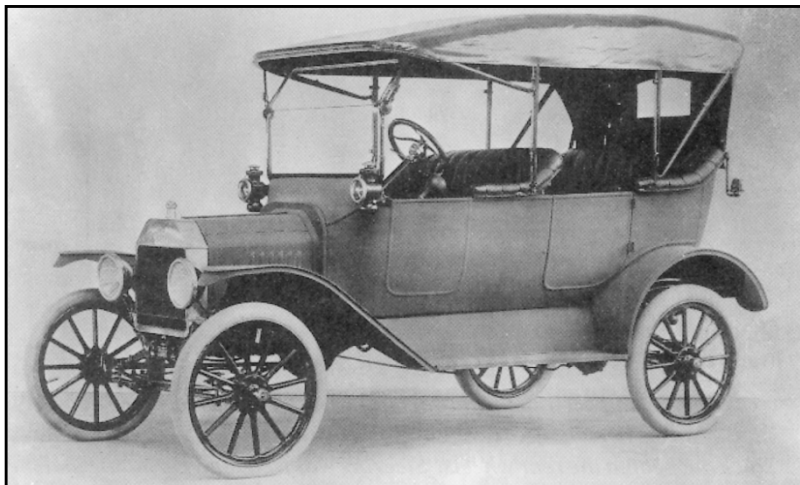
به طور کلی خودروهای موتوری پیش از وجود جاده‌ها و بزرگ‌راه‌های مسطح و مناسب به توانایی‌های سرعتی بالایی دست یافتند. دینامیک خودرو در سرعت‌های بالا به ویژه در هنگام چرخش و ترمزگیری خودرو پیش‌فرض مهمی برای مهندسان می‌باشد. بازتاب وضعیت مهندسی خودرو در این دوره در یادداشت‌های موريس اولی^۱ نمایان است [۴]:

«تلاش‌های گاه و بی‌گاه و پراکنده‌ای برای بهبود سواری خودروها انجام می‌شد، هر چند کمی از آنها درست و انجام‌پذیر بود. سرنشینان پشت خودرو مانند کیسه‌های شنی بودند، که روی چرخ‌های پشت قرار گرفته بودند. فرمان‌دهی و سودهی خودرو همراه با ناپایداری بود و ترمز محور جلو سبب لرزش‌های ناگزیر چرخ‌ها^۲ می‌گردید. مهندسان همه زیربخش‌های خودرو را به

1 - Maurice Olley

2 - Shimmy

خوبی می‌ساختند، اما با سرهم‌بندی آنها به ندرت نتیجه دلخواه به دست می‌آمد.»



شکل (۳-۱) هشتاد سال پیشرفت در خودرو از مدل ساده T به تاروس (موزه هنری فورد و جنرال موتورز) یکی از نخستین مهندسانی که تلاش در مستندسازی دینامیک خودرو کرده است، فردریک ویلیام لنچستر^۱ است. (در مقاله او که در سال ۱۹۰۸ میلادی منتشر گردید [۵]، او نشان داد که یک خودرو با سیستم فرمان‌دهی سکان‌وار^۲ بیش فرمان است، اگر که نیروی گریز از مرکز به دست راننده در راستای افزایش زاویه فرمان فشار آورد [۶]. مسأله لرزش و تکان‌های فرمان در آن زمان

1 - Fredrick William Lanchester (1868-1946)

2 - Tiller Steering

بسیار رایج بود [۷]، [۸]. اما چنانچه توسط سگل^۱ توصیف شده، فهم رفتار چرخشی خودرو و مسأله لرزش چرخ‌ها و فرمان به سبب نبود دانش کافی در مورد سازوکار چرخ‌ها و مکانیک تایر در آن زمان متوقف گردید [۶].

در سال ۱۹۳۱ میلادی، یک دستگاه آزمایشگر «دینامومتر تایر» ساخته شد که می‌توانست ویژگی‌های مکانیکی لازم تایرهای بادی را برای فهم رفتار آن به دست آورد [۹]. تنها پس از آن مهندسانی مانند لنچستر [۱۰]، اولی [۱۱]، ریکرت^۲ و شانک^۳ [۱۲]، روکارد^۴ [۱۳]، سگل [۱۴] و دیگران توانستند توصیفی مکانیکی از رفتار چرخشی خودرو ارائه دهند که پیش‌زمینه بسیاری از دانسته‌های امروزی است.

یک قرن از صنایع خودروسازی می‌گذرد. مهندسان در فن‌آوری خودرو در گذار از مدل ساده فورد T به تاروس^۵ به پیشرفت‌های رویایی دست یافته‌اند، شکل (۱-۳). دانش دینامیک نقش مهمی را در طراحی و بهبود خودرو بازی می‌کند. پژوهش‌ها، نوشتارها و کتاب‌های بسیاری در این زمینه برای کمک به مهندسان خودرو و دیگر رشته‌های وابسته نوشته شده است [۱۵] - [۲۶]. هر چند هنوز هم به کتاب‌هایی که از هر نظر اصول دینامیک خودرو را پوشش دهند، نیاز است. تلاش این کتاب در راستای پاسخ‌گویی به این نیاز است.

۱-۲ سرآغازی بر دینامیک خودرو

اغلب گفته می‌شود که نیروهای عمده مهارساز خودروهای سریع موتوری در چهار بازه تماس تایر و جاده «هر یک به اندازه دستان یک مرد» ایجاد می‌شود. به راستی این همه قضیه بوده و بسیاری از مسایل را توجیه می‌سازد. برای فهم دینامیک خودروهای جاده‌ای، دانش و آگاهی از نیروها و گشتاورهای تولیدی توسط تایرهای «بادی - لاستیکی» بر روی زمین ضروری است. دینامیک خودرو^۶ دانش گسترده‌ای است که همه وسایل نقلیه از کشتی، هواپیما، قطار، تا خودروهای ریلی با مسیر مشخص و خودروهای با تایرهای لاستیکی را شامل می‌شود. در این کتاب به سبب گوناگونی و گستردگی اصول حاکم بر دینامیک خودروها، تنها خودروهای جاده‌ای با تایرهای

1 - Segel

2 - Rieckert

3 - Schunk

4 - Rocard

5 - Taurus

6 - Vehicle Dynamics

لاستیکی مورد بررسی و مطالعه قرار می‌گیرد. همچنین بررسی‌ها، نمونه‌ها و مسایل کتاب در ارتباط با سواری‌ها و خودروهای سبک است، هر چند اصول به دست آمده را می‌توان به کامیون‌ها و اتوبوس‌های کوچک و بزرگ نیز گسترش داد. هر جا که اندازه و نوع خودرو سبب دیگرگونی و تمایز در طراحی و ویژگی‌های کارکردی آن باشد، کامیون‌ها جداگانه بررسی می‌گردند.

از آنجا که کارکرد دینامیکی خودرو (شتاب و ترمز، چرخش و سواری) واکنش آن به نیروهای اعمالی است، بخش عمده مطالعه دینامیک خودرو به بررسی چگونگی و چرایی نیروهای تولیدی می‌پردازد. نیروهای عمده اعمالی به خودرو که کارکرد آن را در دست دارند، در برهم‌کنش میان تیر و جاده به وجود می‌آیند. بنابراین مطالعه عمیق و درک درست مفهومی رفتار تیرها و نیروها و گشتاورهای تولید شده در گستره کاری آن ضروری است. مطالعه کارکرد تیر بدون درک اهمیت آن در خودرو و وابستگی و کنش دوگانه میان تیر و خودرو بیهوده است. بنابراین ویژگی‌های مرتبط با تیر، در بخش‌های مناسب در گفتارهای آغازین معرفی می‌گردد، هر چند که خواننده را به گفتار دهم برای شناسایی عمیق و جامع ویژگی‌ها و کارکرد تیر ارجاع می‌گردد. در آغاز بایستی به این نکته توجه کرد که واژه فرمان‌پذیری^۱ اغلب به صورت متقابل به مفاهیم حرکات کناری^۲، چرخشی^۳ و یا واکنش سمتی^۴ خودرو اطلاق می‌شود، هر چند نکته ظریفی در اختلاف میان این واژه‌ها وجود دارد. حرکات کناری، چرخش و واکنش سمتی به ویژگی‌های کمی خودرو در هنگام تغییر جهت و قرارگیری در برابر شتاب کناری اشاره دارند. به طور نمونه، توانایی چرخشی را می‌توان با توانایی تحمل شتاب کناری در شرایط پایدار مشخص نمود و یا واکنش سمتی را با زمان لازم برای پیروی از ورودی فرمان به ازای اعمال شتاب کناری معرفی ساخت. اما فرمان‌پذیری کیفیتی از خودرو می‌باشد که پس‌خوراندی^۵ برای راننده بوده و مرتبط با سادگی انجام وظایف خودرو و توانایی راننده در کنترل آن است. بنابراین آشکار است که فرمان‌پذیری نه تنها توانایی‌های خودرو را به تنهایی در بر می‌گیرد، بلکه کارکرد کلی سیستم متشکل از راننده و خودرو را نیز شامل می‌شود. در مباحث گوناگون این کتاب از واژه‌های مناسبی

1 - Handling

2 - Cornering

3 - Turning

4 - Directional Response

5 - FeedBack

برای رساندن مفاهیم به خواننده استفاده شده است.

برای شناخت و بررسی دینامیک خودرو دو دیدگاه عمده نگرش «تجربی»^۱ و نگرش «تحلیلی»^۲ وجود دارد.

نگرش تجربی با بهره از تصحیح و خطا است و می‌تواند عوامل موثر بر کارکرد خودرو و چگونگی تاثیر و وابستگی آنها را بیاموزاند. هر چند روش‌های تجربی اغلب منجر به شکست است، بدون درک مکانیکی از چگونگی تاثیر تغییرات در طراحی و ویژگی‌های خودرو بر روی کارکرد آن، برون‌یابی و گسترش تجارب و آموخته‌های پیشین به شرایط تازه سبب ورود عوامل ناشناخته‌اند که ایجادگر ستانده‌های جدید می‌باشند، که روش‌های تجربی را به مبارزه می‌طلبند و آنها را با شکست روبرو می‌سازند. به این دلایل و به سبب ذات روش‌ها مهندسان به برآوردهای تحلیلی علاقه‌مند می‌باشند. تلاش برآوردهای تحلیلی توصیف مکانیک مسأله مورد بحث با بهره از قوانین شناخته شده فیزیکی در قالب مدل‌های تحلیلی است. با ساده‌پنداری می‌توان همانندسازی‌ها را با معادلات جبری و دیفرانسیلی نمایاند که بیانگر ارتباط میان نیروها و حرکات مسأله به دستورات ورودی و ویژگی‌های خودرو و تاثیر می‌باشند. این همانندسازی‌ها توانایی ارزیابی نقش هر یک از ویژگی‌های خودرو را در پدیده مورد مطالعه می‌دهند. یک مدل ابزاری است برای شناسایی و پیش‌بینی عوامل مهم، شرایط کاری و چگونگی کارکرد آنها. نیز یک مدل توانایی پیش‌بینی تغییرات ضروری را برای دستیابی به کارکرد بهینه دارا می‌باشد.

در اینجا بایستی توجه نمود که روش‌های تحلیلی بدون خطا نمی‌باشند، زیرا آنها برآوردی از واقعیت می‌باشند. بر پایه آزموده‌های همگانی، گمان‌ها و پندارهایی که برای به دست آوردن مدل انگاشته می‌شود، اغلب سبب ورود خطا در بررسی و اعمال آنالیز بوده و ناگهان مهندسان در می‌یابند که در اشتباه می‌باشند. بنابراین برای مهندسان درک انگاره‌ها و فرضیات اعمالی برای همانندسازی جنبه‌های دینامیکی بسیار مهم است تا از چنین خطاهایی دور بمانند.

در گذشته بسیاری از کاستی‌های روش‌های تحلیلی نتیجه بازدارندگی‌های ریاضی در پاسخ‌یابی مسایل بوده است. پیش از پیدایش رایانه‌ها، تنها آنالیزهایی موفق بودند که در آنها می‌شد پاسخ مسأله را به پاسخ شکل بسته کاهش داد و آن تنها هنگامی امکان‌پذیر بود که بتوان با دست‌کاری

1 - Empirical Level

2 - Analytical Level

عبارات ریاضی شکلی را به دست آورد که آنالیزگر بتواند ارتباط میان متغیرهای مورد نیاز خویش را استخراج نماید. در مقیاس گسترده‌تر این امر سبب محدودیت کارایی برآوردهای تحلیلی در پاسخ‌یابی مسایل دینامیک خودرو بود. تعداد زیاد سیستم‌ها و زیرسیستم‌ها و نیز ناخطی بودن در خودرو سبب ناممکنی در ایجاد یک مدل جامع بود و تنها مدل‌های آغازین بسیار ساده زیرسیستم‌های مکانیکی قابل استفاده بود. هر چند این ساده‌انگاری‌ها اغلب سبب کاستی در مدل می‌گردید و بنابراین سبب ناتوانی مهندسان در گسترش و بهبود خودرو می‌گردید.

امروزه با توان محاسباتی رایانه‌های شخصی و شبکه‌ای بر کاستی‌های روش‌های تحلیلی چیرگی یافته شده است. اکنون امکان‌پذیر است که مدل‌ها و معادلاتی که رفتار بخش‌های کوچکتر خودرو را می‌نمایانند را سرهم بندی و یکپارچه کرده و مدلی جامع از خودرو که اجازه همانندسازی و ارزیابی رفتار خودرو را پیش از ارایه مدل سخت‌افزاری می‌دهند، را به دست آوریم. چنین مدل‌هایی توانایی ارزیابی کارکرد خودرو را دارند، هر چند در گذشته پاسخ‌یابی آنها ممکن نبود.

هنگامی که مهندسان نسبت به اهمیت پارامتر ویژه‌ای آگاهی ندارند، می‌توان آن را در مدل قرار داده و اهمیت و تاثیر آن را بر رفتار همانندسازی شده ارزیابی نمود. این فرایند ابزار توانمند نوینی را در اختیار مهندس طراح قرار می‌دهد تا بتواند درک خود را از سیستم‌های پیچیده آزمایش نماید و بتواند بهبود کارایی آن را تحقیق نماید. در پایان ما بایستی با همه متغیرهایی که بر کارایی تاثیر گذارند روبرو شویم و میزان اهمیت آنها را تشخیص دهیم.

۱-۳) برآوردهای پایه در همانندسازی

مقوله دینامیک خودرو با حرکات خودروها «سواری، کامیون، اتوبوس و خودروهای ویژه» در جاده مرتبط است. این حرکات در برگیرنده شتاب‌گیری و ترمزگیری، سواری و چرخش است. شاخص رفتار دینامیکی خودرو نیروهای اعمالی از سوی تایرها، گرانش و آیرودینامیک است. خودرو و زیربخش‌های آن برای شناسایی نیروهای ایجاد شده در هر یک از موارد بالا در یک مانور ویژه و شرایط مرجع، چگونگی پاسخ خودرو به این نیروها مورد بررسی قرار می‌گیرد. بنابراین به برآوردهای زیادی برای همانندسازی زیربخش‌های خودرو و قراردادهایی برای توصیف حرکت آن نیاز می‌باشد.

۱-۳-۱) جرم‌های توده‌ای

یک خودروی موتوری متشکل از زیربخش‌های بسیاری است که درون پیکره^۱ آن پراکنده شده‌اند. هر چند برای بررسی‌های آغازین انجام یافته، همه این زیربخش‌ها با هم حرکت می‌کنند. به طور نمونه، در ترمزگیری، همه خودرو به طور یکپارچه کند می‌شود. بنابراین می‌توان آن را با یک جرم توده‌ای^۲ متمرکز که در گرانیگاه^۳ خودرو قرار گرفته و دارای ویژگی‌های جرمی و مناسبی می‌باشد، نشان داد. برای شتاب‌گیری، ترمزگیری و بسیاری از آنالیزهای چرخشی، یک جرم کافی است. برای بررسی خوش‌سواری، اغلب ضروری است که چرخ‌ها را به صورت جرم‌های جداگانه در نظر گرفت. در این حالت جرم توده‌ای نمایانگر بدنه را «جرم معلق»^۴ و چرخ‌ها را «اجرام نامعلق»^۵ می‌نامند.

با بهره‌گیری از نمایش جرم توده‌ای، خودرو به صورت یک جرم متمرکز در گرانیگاه آن رفتار می‌کند، شکل (۴-۱). یک جرم نقطه‌ای در گرانیگاه با لختی ماند گردشی^۶ مناسب، در همه حرکاتی که در آن گمان خودرو صلب قابل قبول باشد، از لحاظ دینامیکی با کل خودرو معادل می‌باشد.

۱-۳-۲ چارچوب خودرو

حرکات خودرو نسبت به چارچوب مرجع متعامد راستگرد چسبیده به آن یا چارچوب ثابت خودرو که مبدا آن در گرانیگاه خودرو بوده و همراه آن حرکت می‌کند، معرفی می‌شود. با توجه به قرارداد انجمن مهندسان خودرو^۷ مختصات آن به قرار زیر است [۲۵]:

نماد	حرکات دورانی	نماد	حرکات انتقالی
P	سرعت غلتشی حول محور طولی	x	رو به جلو و در صفحه تقارن طولی
q	سرعت ناوشی حول محور کناری	y	به سمت راست و در صفحه کناری
r	سرعت چرخشی حول محور عمودی	z	به سوی پایین و عمود بر سطح جاده

1 - Exterior Envelop

2 - Lumped Mass

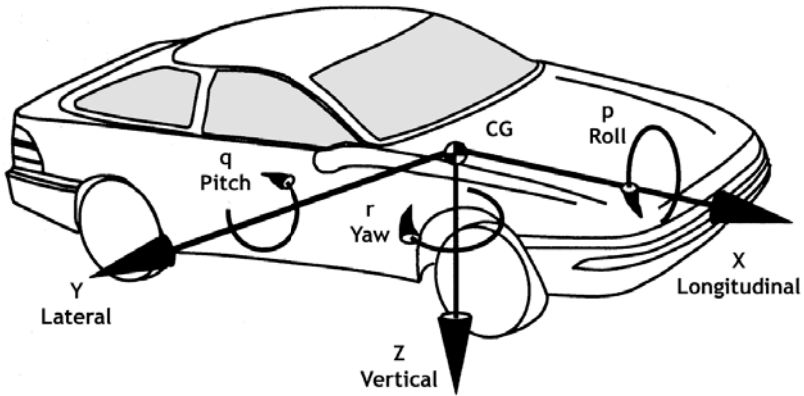
3 - Center Of Mass

4 - Sprung Mass

5 - UnSprung Mass

6 - Moment Of Inertia

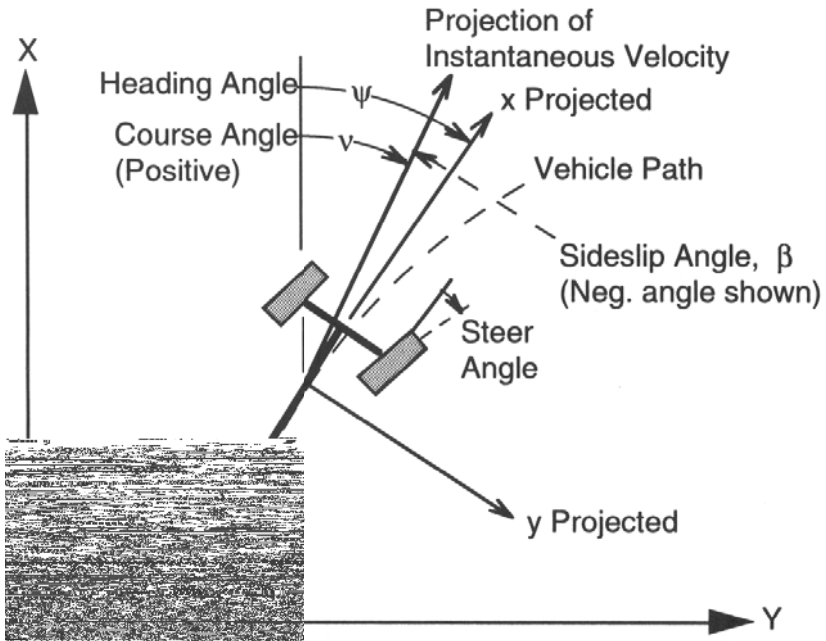
7 - Society Of Automotive Engineers (SAE)



شکل (۴-۱) چارچوب خودرو بر پایه قرارداد انجمن مهندسان خودرو

۳-۳-۱ متغیرهای حرکت

حرکت خودرو با مولفه‌های سرعت (پیش‌روی، کناری، عمودی، غلتش، ناوش و چرخش) آن نمایش داده می‌شود. این سرعت از دید چارچوب لخت می‌باشد که در چارچوب خودرو توصیف شده است.



شکل (۵-۱) خودرو در چارچوب ثابت زمین

۳-۴-۱ چارچوب جاده

حالت و مسیر حرکت خودرو، در هنگام مانوردهی نسبت به چارچوب متعامد راستگرد متصل به زمین نمایش داده می‌شود. چارچوب جاده و چارچوب خودرو در آغاز حرکت در یکجا و همراستا می‌باشند. محورهای این چارچوب بر پایه شکل (۱-۵) به قرار زیر است:

X	حرکت رو به جلو
Y	حرکت به سوی راست
Z	حرکت عمودی (سوی مثبت به سمت پایین است)
ψ	زاویه رأس (زاویه میان محورهای طولی خودرو و زمین در صفحه زمین)
ν	زاویه کورس (زاویه میان بردار سرعت خودرو و محور طولی زمین)
β	زاویه لغزش کناری (زاویه میان محور طولی خودرو و بردار سرعت خودرو)

۳-۵-۱ زوایای اولر

ارتباط میان چارچوب خودرو و چارچوب جاده با زوایای اولر بیان می‌شود. زوایای اولر بر پایه سه زاویه گردش در سه راستای مشخص می‌باشد. با آغاز از چارچوب جاده، نخست آن را حول محور عمودی خودرو (حرکت چرخش^۱) می‌گردانیم، سپس حول محور کناری خودرو (حرکت ناوش^۲) و پس از آن حول محور طولی خودرو (حرکت غلتش^۳) تا با چارچوب خودرو همراستا شود.

این سه زاویه را زوایای اولر می‌نامند. بایستی توجه کرد که ترتیب گردش‌ها بسیار با اهمیت بوده و بسته به ترتیب گردش‌ها، نتایج مختلفی به دست می‌آید.

۳-۶-۱ نیروها

به طور معمول نیروها و گشتاورها بر پایه چگونگی و تاثیر اعمال آنها بر خودرو تعریف می‌شوند. بنابراین نیروی مثبت در راستای طولی (محور طولی خودرو) رو به جلو است، نیروی مرتبط با بار تایلر به سوی بالا و بنابراین از نظر اندازه منفی است (در راستای منفی محور عمودی خودرو). به سبب نامناسب بودن این قرارداد، انجمن مهندسان خودرو در استاندارد [SAEJ6706] با نام «واژه‌شناسی دینامیک خودرو» نیروهای رو به پایین را نیروی نرمال و منفی نیروی نرمال را نیروی

1 - Yaw

2 - Pitch

3 - Roll

عمودی نام‌گذاری کرده‌اند. بنابراین نیروی عمودی همان بار تایلر است با قرارداد مثبت به سوی بالا. در کشورهای دیگر ممکن است قراردادهای دیگری به کار رود. اکنون با تعاریف چارچوب‌ها و نیروها می‌توان به فرموله کردن معادلات حاکم بر خودرو و آنالیز رفتار آن پرداخت.

۱-۳-۷ قانون دوم نیوتن

قانون دوم نیوتن^۱ قانون اساسی آغازگر بخش عمده آنالیز دینامیک خودرو است. این قانون در سیستم‌های مکانیکی انتقالی و گردشی به کار می‌رود [۲۶].

«سیستم‌های انتقالی» - برآیند نیروهای بیرونی اعمالی بر جسم در یک راستای ویژه با گمان ثابت بودن جرم برابر است با حاصل ضرب جرم در شتاب خطی جسم در همان سو.

$$\sum F_x = Ma_x \quad (1-1)$$

در رابطه بالا:

F برآیند نیروهای اعمالی به جسم M جرم جسم

a شتاب خطی جسم x راستای مطالعه حرکت (اعمال نیرو)

«سیستم‌های گردشی» - برآیند گشتاورهای بیرونی اعمالی بر جسم حول یک محور ویژه با گمان ثابت بودن لختی جسم برابر است با حاصل ضرب گشتاور ماند در شتاب زاویه‌ای جسم حول آن محور.

$$\sum T_x = I_{xx} \alpha_x \quad (2-1)$$

در رابطه بالا:

T برآیند گشتاورهای اعمالی به جسم I گشتاور ماند جسم حول محور دلخواه

α شتاب زاویه‌ای جسم x راستای مطالعه حرکت (محور دوران)

کاربرد قانون دوم نیوتن با بهره‌گیری از پیکره آزاد جسم انجام‌پذیر است، که این پیکره مرزی پنداری حول جسم بوده و آن را از محیط جدا می‌سازد. در نقاط تماس با محیط، نیروها و گشتاورهای مناسب به همراه نیروهای گرانشی جایگزین تاثیرات محیط می‌شوند. آنگاه در راستای هر یک از سه راستای مستقل فضا، معادله نیوتن و حول هر یک، معادله اولر نوشته می‌شود و در بیشتر کاربردها در چارچوب خودرو می‌باشد.

۴-۱ بارهای دینامیکی محور چرخ‌ها

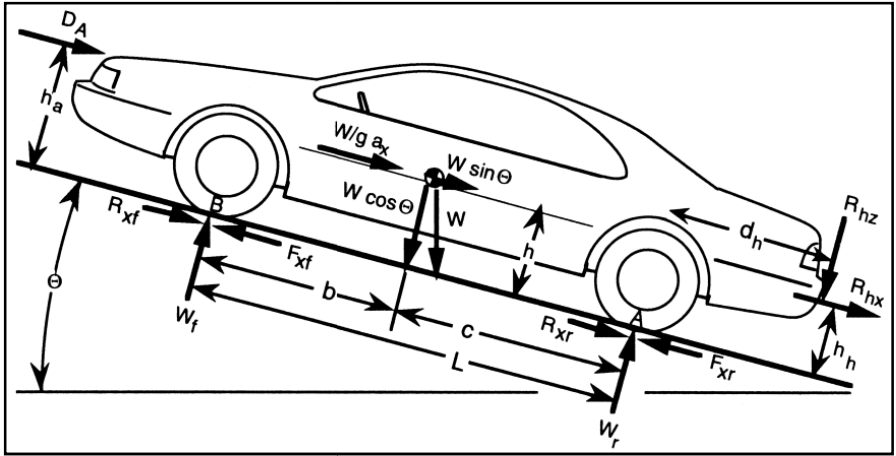
نخستین کاربرد ساده قانون دوم نیوتن در خودرو شناسایی بارگذاری محور چرخ‌ها در شرایط دلخواه است. بررسی بار محور چرخ‌ها گامی مهم در بررسی کارکرد شتاب‌گیری و ترمز‌گیری خودرو می‌باشد، زیرا بار هر چرخ سنجه بیشینه نیروی اصطکاکی و رانشی دست‌یافتنی آن چرخ بوده و بنابراین توانایی شتاب‌گیری، شیب‌روی، سرعت بیشینه و نیروی مال‌بند را تحت تاثیر قرار می‌دهند.

بخش عمده‌ای از نیروهای مهم اعمالی به خودرو که در شکل (۱-۶) نشان داده شده است، به قرار زیر است:

- W سنگینی خودرو که نقطه اثر آن گرانیگاه بوده و اندازه آن برابر است با حاصل ضرب جرم در شتاب گرانشی. در یک سطح شیب‌دار نیروی سنگینی خودرو دارای دو مولفه است، مولفه کسینوسی عمود بر سطح جاده و مولفه سینوسی همراستای جاده.
- هنگامی که خودرو در راستای جاده شتاب می‌گیرد، برای سادگی اثرات شتاب با نیروی دالامبر^۱ یا نیروی لختی معادل جایگزین می‌شود، که اندازه آن برابر است با $(W/g)a_x$ و نقطه اثر آن گرانیگاه بوده و در خلاف راستای شتاب‌گیری است [۲۶].
- تایرها نیرویی نرمال بر جاده اعمال می‌کنند که با W_r و W_f نمایانده می‌شود و بیانگر سطحی از بار دینامیکی انتقال یافته به چرخ‌های جلو و پشت است.
- نیروهای رانشی F_{ar} و F_{af} و نیروهای اصطکاک غلشی R_{ar} و R_{af} تایر که در صفحه جاده و در محل تماس تایر و جاده اعمال می‌شوند.
- D_A نیروی پسای آیرودینامیکی که به بدنه خودرو اعمال می‌شود. می‌توان آن را با نیرویی که در ارتفاع h_a بالای سطح زمین عمل می‌کند و یا با نیرویی طولی به همان اندازه در صفحه جاده و گشتاور مرتبط با آن و گشتاور ناووشی آیرودینامیکی که با حاصل ضرب D_A و h_a برابر است، نشان داد.
- R_{hx} و R_{hz} مولفه‌های عمودی و طولی نیروی مال‌بند (یدک‌کش)^۲ در هنگامی که خودرو به صورت کشنده یدک‌کش عمل می‌کند.

1 - Jean Le Rond d'Alembert (1717-1783)

2 - Hitch



شکل (۶-۱) نیروهای گوناگون اعمالی به خودرو

بار حمل شده هر محور شامل یک مولفه استاتیکی است بعلاوه بار جابجا شده از جلو به پشت (یا بالعکس) بر اثر دیگر نیروهای اعمالی به خودرو. با جمع گشتاورها حول نقطه A زیر تیرهای پشت بار محور جلو به دست می‌آید. با گمان اینکه خودرو شتاب شیرجه ندارد، برآیند گشتاورها در نقطه A صفر است.

بر پایه قرارداد انجمن مهندسان خودرو، گشتاور ساعت گرد حول A مثبت است، بنابراین:

$$W_f L + D_A h_a + \frac{W}{g} a_x h + R_{hx} h_h + R_{hz} d_h + W h \sin(\theta) - W c \cos(\theta) = 0 \quad (۳-۱)$$

شیب رو به بالا متناظر با زاویه θ مثبت بوده و بنابراین سینوس آن مثبت است. شیب رو به پایین متناظر با اندازه منفی برای این عبارت است.

با پاسخ‌یابی W_f از معادله (۳-۱) و نیز نوشتن معادلات حول نقطه B مقدار W_r به دست می‌آید. بنابراین بار محور چرخ‌ها به قرار زیر است:

$$W_f = \frac{W c \cos(\theta) - R_{hx} h_h - R_{hz} d_h - \frac{W}{g} a_x h - D_A h_a - W h \sin(\theta)}{L} \quad (۴-۱)$$

$$W_r = \frac{W b \cos(\theta) + R_{hx} h_h - R_{hz} (d_h + L) + \frac{W}{g} a_x h + D_A h_a + W h \sin(\theta)}{L} \quad (۵-۱)$$

۱-۴-۱ بارهای استاتیکی در جاده صاف

هنگامی که خودرو به طور استاتیکی روی سطح جاده بدون شیب و صاف قرار گرفته، معادلات بار بسیار ساده می‌شوند. با بهره‌گیری از گمان زوایای کوچک و نیز چشم‌پوشی از نیروهای R_{hx} ، R_{hz} ، a_x و D_A بار محور چرخ‌ها به قرار زیر است:

$$W_{fs} = W \frac{c}{L} \quad (۶-۱)$$

$$W_{rs} = W \frac{b}{L} \quad (۷-۱)$$

۴-۲- شتاب‌گیری در سرعت‌های کم

هنگام شتاب‌گیری خودرو در سرعت‌های پایین و در جاده افقی صاف و با چشم‌پوشی از نیروهای پسای آیرودینامیکی و مال‌بند، بار محور چرخ‌ها به قرار زیر است:

$$W_f = W \left(\frac{c}{L} - \frac{a_x h}{g L} \right) = W_{fs} - W \frac{a_x h}{g L} \quad (۸-۱)$$

$$W_r = W \left(\frac{b}{L} - \frac{a_x h}{g L} \right) = W_{rs} - W \frac{a_x h}{g L} \quad (۹-۱)$$

بنابراین هنگام شتاب‌گیری خودرو، بار از محور جلو به محور پشت جابجا می‌شود. این جابجایی متناسب با «شتاب بی‌بعد شده با شتاب گرانشی» و نسبت بلندی گرانینگاه به فاصله محور چرخ‌ها است.

۴-۳- بارهای استاتیکی در جاده شیب‌دار

اثر شیب جاده بر بار محور چرخ‌ها نیز حالت با اهمیتی می‌باشد. شاخص سطح شیب‌دار اندازه بالاروی به پیش‌روی است. این نسبت تنازنت زاویه شیب است. در بیشتر بزرگراه‌ها شیب در حدود ۴ درصد است. در جاده‌های اصلی و فرعی ممکن است به ۱۰ تا ۱۲ درصد برسد. به سبب ناچیز بودن شیب جاده می‌توان از گمان زوایای کوچک بهره جست، بنابراین:

$$\cos(\theta) \cong 1, \sin(\theta) \cong \theta$$

بنابراین بار محور چرخ‌ها در جاده‌های شیب‌دار با شیب کم به قرار زیر است:

$$W_f = W \left(\frac{c}{L} - \frac{h}{L} \theta \right) = W_{fs} - W \frac{h}{L} \theta \quad (۱۰-۱)$$

$$W_r = W \left(\frac{b}{L} + \frac{h}{L} \theta \right) = W_{rs} + W \frac{h}{L} \theta \quad (۱۱-۱)$$

که شیب مثبت سبب جابجایی بار از محور جلو به پشت است.

۵-۱) مسایل نمونه

۱-۵-۱) مسأله ۱

وزن خالی^۱ یک خودرو سدان چهار درب بدون سرنشین در محور جلو ۲۳۱۳ پوند و محور پشت ۱۳۲۲ پوند می‌باشد. فاصله محور چرخ‌ها ۱۰۹ اینچ می‌باشد. فاصله گرانیگاه خودرو از محورها را تعیین کنید.

۲-۵-۱) پاسخ

فاصله گرانیگاه خودرو از محورهای جلو و پشت با پارامترهای (b) و (c) در معادلات (۶-۱) و (۷-۱) تعریف شده که برای یک خودرو ساکن در جاده افقی است. بنابراین با بهره‌گیری از معادله (۷-۱) مقدار (b) به قرار زیر است:

$$b = L \frac{W_{rs}}{W} = 109 \times \frac{1322}{2313 + 1322} = 39.64$$

بنابراین گرانیگاه خودرو به فاصله ۳۹/۶۴ اینچ از محور جلو قرار دارد.

۲-۵-۱) مسأله ۲

یک خودرو سواری سدان^۲ فورد تاروس GL با موتور 3.0L از حالت ایست کامل در جاده شیب‌دار با شیب ۶ درصد و شتاب ۶ فوت بر مجذور ثانیه شتاب می‌گیرد. پراکندگی بار را بر روی محور چرخ‌ها پیدا کنید.

۴-۵-۱) پاسخ

از آنجایی که سرعت خودرو در آغاز صفر است، پس می‌توان از نیروهای آیرودینامیکی چشم‌پوشی کرد و هیچ نیروی مال‌بندی وجود ندارد. معادله‌های (۴-۱) و (۵-۱) معادلات پایه هستند که از آنها آغاز می‌کنیم. برای استفاده از این معادلات، باید پارامترهای (b) و (c) تعیین شوند. برای تعیین این مقادیر از ویژگی‌های خودرو فورد تاروس در انجمن تولیدکنندگان خودروهای موتوری^۳ مراجعه کنید. وزن خالی خودرو روی محور چرخ جلو ۱۹۴۹ پوند و روی محور چرخ پشت ۱۰۹۷ پوند است، فاصله میان محور چرخ‌های جلو و پشت ۱۰۶ اینچ و وزن

1 - Curb Weight

2 - Sedan

3 - Motor Vehicle Manufacturers Association (MVMA)

سرشتین جلوی خودرو ۴۹ درصد روی محور جلو و ۵۱ درصد روی محور پشت پراکنده شده است. با گمان اینکه وزن راننده خودرو ۲۰۰ پوند باشد، بارگذاری خودرو به قرار زیر است:

$$W = 3246, W_{fs} = 2047, W_{rs} = 1199$$

با بهره‌گیری از معادلات (۶-۱) و (۷-۱) مقادیر پارامترهای (b) و (c) به قرار زیر است:

$$b = 39.15, c = 66.85$$

با استفاده از یک ماشین حساب جیبی می‌توان شیب ۶ درصد را که برابر با زاویه $3/433$ درجه (آرک تانژانت $0/06$) است به دست آورد. به سبب نداشتن بلندی گرانیگاه خودرو (h) می‌توان آن را ۲۰ اینچ فرض کرد. اکنون همه داده‌های لازم برای پاسخ‌یابی معادله (۴-۱) در اختیار می‌باشد:

$$W_f = \frac{W \left(c \cos(\theta) - h \frac{a_x}{g} - h \sin(\theta) \right)}{L}$$

$$W_f = \frac{3246 \times \left(66.85 \times 0.998 - 20 \times \frac{6}{32.2} - 20 \times 0.0599 \right)}{106} = 1892.2$$

با بهره‌گیری از همین روش بار محور پشت یعنی $1347/3$ پوند را به دست می‌آوریم. برآیند این دو وزن در حدود $3239/5$ پوند می‌باشد و به وزن خودرو یعنی 3246 پوند نخواهد رسید. این مسأله به این دلیل است که خودرو در سراسیبه جاده قرار دارد و تنها بخش کسینوس بردار وزن سبب ایجاد بار بر روی محور چرخ‌ها خواهد شد. بنابراین وزن روی محور چرخ‌ها باید فقط تا این حد برسد:

$$3246 \times \cos(3.433) = 3246$$

۱-۵-۵ مسأله ۳

شما قصد دارید یک ون کوچک بخرید که قایق خود را برای تعطیلات تا دریاچه یدک بکشد. اگر چه شما از ون کوچک جدید جلو رانش^۱ لذت می‌برید، ولی شما از اینکه خودرو جلو رانش بتواند قایق را به بیرون از آب بر روی سطوح شیب‌دار بکشد، مطمئن نیستید.

(الف) عبارتهایی را برای بیشینه توان شیب‌روی ون کوچک بدون لیز خوردن چرخ‌ها، بدست

آورید. موارد بالا را در رابطه با خودرو جلو رانش، پشت رانش^۱ و چهار چرخ رانش^۲ در نظر بگیرید.

در این مسأله از آنجا که هدف مقایسه است، بنابراین از شتاب طولی خودرو و نیز از مقاومت غلظتی چرخ‌ها چشم‌پوشی می‌شود. فرض کنید که درون قایق بدون آب است و هیچ نیروی شناوری به آن اعمال نمی‌شود. از هر گونه تغییر در ارتفاع مال‌بند هنگام اعمال نیروها چشم‌پوشی کرده و از برآورد زوایای کوچک استفاده می‌شود.

ویژگی‌های بارکش			ویژگی‌های ون کوچک		
پوند	۱۲۰۰	سنگینی محور	پوند	۱۵۲۰	سنگینی محور جلو
پوند	۲۵۰	سنگینی بارکش	پوند	۱۱۵۰	سنگینی محور پشت
اینچ	۱۱۰	فاصله بین محور چرخ‌ها	اینچ	۲۴/۵	بلندی گرانیکاه
اینچ	۳۵	بلندی گرانیکاه	اینچ	۱۴	بلندی مال‌بند
			اینچ	۲۳	بلندی نقطه اتصال مال‌بند پشت
			اینچ	۱۲۰	فاصله بین محور چرخ‌ها

ب) بیشینه شیب را برای سه ترکیب یاد شده در سرایشی با ضریب اصطکاک $0/3$ محاسبه کنید. اطلاعات جدول قبل برای خودرو و بارکش آن داده شده است.

۱-۵-۱ پاسخ

برای به دست آوردن معادلات کاهش توان رانشی خودرو در جاده شیب‌دار، به بررسی پیکره آزاد بارکش می‌پردازیم تا نیروهای مال‌بند بر حسب شیب جاده تعیین شوند.

حول نقطه تماس تایر و جاده گشتاور گرفته می‌شود (گشتاور پاد ساعت گرد مثبت است):

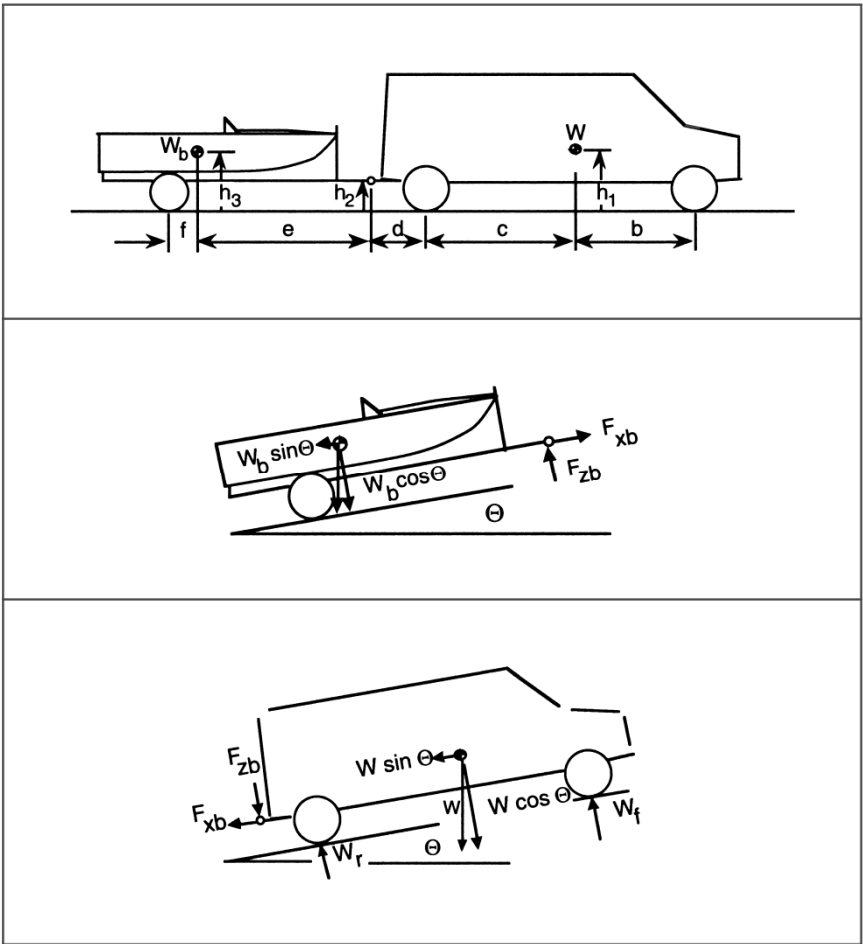
$$\sum T_y = 0 = W_b h_3 \sin(\theta) + F_{zb} (e + f) - W_b f \cos(\theta) - F_{xb} h_2 \quad (1)$$

همچنین تعادل نیروها در راستای طولی بارکش برابر خواهد بود با:

$$\sum F_x = 0 = F_{xb} - W_b \sin(\theta) \quad (2)$$

1 - RWD - Rear Wheel Drive

2 - 4WD - Four Wheel Drive



شکل (۷-۱) پیکره آزاد خودرو ون و بارکش

اکنون معادلات بالا را برای خودرو ون می‌نویسیم:

با گشتاورگیری حول نقطه تماس چرخ پشت با جاده داریم:

$$\sum T_y = 0 = Wh_1 \sin(\theta) - Wc \cos(\theta) + F_{zb}d + F_{xb}h_2 + W_f(b+c) \quad (۳)$$

گشتاورهای برای محور جلو:

$$\sum T_y = 0 = Wh_1 \sin(\theta) - Wb \cos(\theta) + F_{zb}(b+c+d) + F_{xb}h_2 + W_r(b+c) \quad (۴)$$

در اینجا چهار معادله و چهار مجهول W_f ، W_r ، F_{xb} ، F_{zb} وجود دارند که با پاسخ‌یابی معادلات

می‌توان مقادیر مجهول را به دست آورد. برای خودرو جلو رانش، بیشینه توان رانشی خودرو برابر است با حاصل ضرب بار محور جلو در ضریب اصطکاک تایر (μ). پاسخ مسأله از معادله (۳) بدست می‌آید که از معادلات (۱) و (۲) برای جایگزینی نیروهای مال‌بند از معادله پایانی صورت خواهد گرفت.

نیروی رانشی برابر است با حاصل ضرب وزن ون و بارکش در زاویه شیب جاده و به قرار زیر است:

$$(W + W_b) \sin(\theta) = F_{xf} \quad (5)$$

$$F_{xf} = \mu W_f = \mu(A + B)$$

$$\begin{cases} A = W \frac{c}{L} \cos(\theta) - W \frac{h_1}{L} \sin(\theta) \\ B = -W_b \frac{h_2}{L} \sin(\theta) + W_b \frac{d}{L} \frac{h_3}{L_t} \sin(\theta) - W_b \frac{d}{L} \frac{f}{L_t} \cos(\theta) - W_b \frac{d}{L} \frac{h_2}{L_t} \sin(\theta) \end{cases}$$

توابع مثلثاتی در معادله سبب پیچیده‌گی پاسخ‌یابی آن می‌شوند. برای ساده‌سازی پاسخ مسأله از گمان زوایای کوچک و نیز تعاریف زیر استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} L &= b + c && \text{فاصله بین محور چرخ‌های جلو و پشت ون} \\ L_t &= e + f && \text{فاصله محل اتصال مال‌بند تا محور چرخ‌های پشت بارکش} \\ \zeta &= W_b / W && \text{وزن بی‌بعد بارکش} \end{aligned}$$

آنگاه با پاسخ‌یابی معادلات برای θ ، توان شیب‌روی خودرو جلو رانش به قرار زیر است:

$$\theta = \mu \frac{\frac{c}{L} - \zeta \frac{d}{L} \frac{f}{L_t}}{1 + \mu \frac{h}{L} + \zeta \left(1 + \mu \frac{h_2}{L} + \mu \frac{d}{L} \frac{(h_2 - h_3)}{L_t} \right)}$$

صورت کسر نمایانگر بار استاتیکی محور چرخ‌های جلو است، که از کم کردن وزن ون به وسیله بار عمودی بارکش در مال‌بند به دست آمده است (بار مال‌بند سبب کاهش بار محور جلو و در نتیجه کاهش شیب‌روی خودرو است). بخش دوم مخرج کسر نشان دهنده تاثیر انتقال طولی بار از محور جلو در جاده شیب‌دار است که به سبب تغییر گرانیگاه ون به سمت بالا است. جملات درون پرانتز در مخرج کسر، نشان دهنده تاثیرات بارکش است. بخش نخست درون پرانتز، نمایانگر اثر مستقیم وزن اضافه شده بارکش است. بخش بعدی برخاسته از انتقال طولی بار محور جلو در نتیجه

نیروی کششی^۱ در مال‌بند است. آخرین بخش اثر تغییر بار عمودی در مال‌بند به سبب نیروی کششی است.

با تحلیل مشابه پاسخ متفاوتی برای خودرو پشت رانش به دست می‌آید:

$$\theta = \mu \frac{\frac{b}{L} + \zeta \frac{(L+d)}{L} \frac{f}{L_i}}{1 - \mu \frac{h}{L} + \zeta \left(1 + \mu \frac{h_2}{L} - \mu \frac{(L+d)}{L} \frac{(h_2 - h_3)}{L_i} \right)}$$

در خودرو پشت رانش، بار استاتیکی (بخش دوم صورت کسر)، سبب افزایش توانایی شیب‌روی است، زیرا بار چرخ‌های کشنده افزایش یافته است. در مخرج کسر، جملات انتقال طولی بار منفی می‌باشند و بنابراین اندازه مخرج کسر کاهش یافته و توانایی شیب‌روی افزایش می‌یابد.

در پایان برای خودرو چهار چرخ رانش کارکرد خودرو به سازوکار زنجیره توان بستگی دارد. حالت بهینه خودرو چهار چرخ رانش بهره‌گیری از دیفرانسیل با لغزش محدود^۲ روی هر محور و رانش لغزش محدود درون محور^۳ است. بنابراین گشتاور روی چهار چرخ، متناسب با نیروی رانشی آنها توزیع می‌شود. بنابراین نیروی رانش ون برابر است با حاصل ضرب ضریب اصطکاک در وزن خودرو.

$$(W + W_b) \tan(\theta) = \mu W$$

بنابراین توان شیب‌روی خودرو چهار چرخ رانش به قرار زیر است:

$$\theta = \mu \frac{W}{(W + W_b)} = \mu \frac{1}{(1 + \zeta)}$$

در سیستم‌های چهار چرخ رانشی که دارای ویژگی‌های لغزش محدود نمی‌باشند، آنگاه پاسخ‌یابی مسأله نیازمند پیچیدگی‌های مبتنی بر آنالیز نیروهای رانشی در محور است.

۱-۶-۵-۱ محاسبات نمونه

برای پارامترهای ارائه شده در مسأله، پاسخ‌ها به قرار زیر است:

$$\theta = 0.1018 = 10.18 (\%), \text{ Slope} = 5.84 (\text{deg}) \quad \text{جلو رانش}$$

$$\theta = 0.1142 = 11.42 (\%), \text{ Slope} = 6.51 (\text{deg}) \quad \text{پشت رانش}$$

1 - Towing

2 - Limited-Slip Differential

3 - Limited-Slip Interaxle Drive

چهار چرخ رانش $\theta = 0.1944 = 19.44 (\%)$, $Slop = 11.00(\text{deg})$
بر خلاف اینکه خودروی مفروض، دارای بار ایستای بیشتری بر روی محور جلو (۵۷ درصد وزن) می‌باشد، اما خودرو پشت رانش به سبب انتقال طولی بار در جاده شیب‌دار، دارای کارکرد شیب‌روی بهتری است.

مراجع

- [۱] Roberts, P., "Collector's History of the Automobile", Bonanza Books, New York, N.Y., 1978-320p.
- [۲] "Encyclopedia Americana", Vol. 2, 1966, 654p.
- [۳] "American Cars Since 1775", Automobile Quarterly, Inc., New York, 1971, 504p.
- [۴] Olley, M., "Reminiscences-Feb 16/57", unpublished, 1957, 17p.
- [۵] Lanchester, F.W., "Some Reflections Peculiar to the Design of an Automobile", Proceedings of the Institution of Automobile Engineers, Vol.2, 1908, pp. 187-257.
- [۶] Segel, L., "Some Reflections of Early Efforts to Investigate the Directional Stability and Control of the Motor Car", unpublished, 1990, 7p.
- [۷] Broulhiet, G., "La Suspension de la Direction de la Voiture Automobile Shimmy et Dandienment", Societe des Ingenieurs Civils de France Bulletin, Vol. 78, 1925.
- [۸] Lanchester, F.W., "Automobile Steering Gear-Problems and Mechanism", Proceedings of the institution of Automobile Engineers, Vol. 22, 1928, pp. 726-41.
- [۹] Becker, G., et al., "Schwingungen in Automobillernkung", Krayn Berlag, Berlin, 1931.
- [۱۰] Lanchester, F.W., "Motor Car Suspension and Independent Spring", Proceedings of the Institution of Automobile Engineers, Vol. 30, 1936, pp. 668-762.
- [۱۱] Olley, M., "Independent Wheel Suspensions- Its Whys and Wherefores", Society of Automotive Engineers Journal, Vol. 34, No.3, 1934, pp. 73-81.
- [۱۲] Rieckert, P., and Schunk, T.E., "Zur Fahrmechanik des Gummibereiften Kraftfahrzeuges", Ingenieur Archiv, Vol., 11, 1940.
- [۱۳] Rocard, Y., "Les Mefaits du Roulement. Auto-Oscillations et Instabilite de Route", La Revue Scientifique, Vol. 84, No. 45, 1946.
- [۱۴] Segel, L., "Research in the Fundamentals of Automobile Control and Stability", Transactions of the Society of Automotive Engineers, Vol. 65, 1965, pp. 527-40.
- [۱۵] Ellis, J. R., "Vehicle Dynamics", Business Books Limited, London, 1969, 243 p.
- [۱۶] Ellis, J.R., "Road Vehicle Dynamics", John R. Ellis, Inc., Akron, OH, 1988, 294p.
- [۱۷] Wong, J.C., "Theory of Ground Vehicles", John Wiley & Sons, New York, 1978, 330p.
- [۱۸] "Fundamentals of Vehicle Dynamics", General Motors Institute, Flint, MI.
- [۱۹] Cole, D., "Elementary Vehicle Dynamics", course notes in Mechanical Engineering, The University of Michigan, Ann Arbor, MI, 1972.

- [۲۰] Fitch, J.W., "Motor Truck Engineering Handbook", Third Edition, James W. Fitch, publisher, Anacortes, WA, 1984, 288 p.
- [۲۱] Newton, K., Steeds, W., and Garrett, T.K., "The Motor Vehicle", Tenth Edition, Butterworths, London, 1983, 742 p.
- [۲۲] "Automotive Handbook", 2 Ed., Robert Bosch GmbH, Stuttgart, 1986, 707 p.
- [۲۳] Bastow, D., "Car Suspension and Handling", Second Edition, Pentech Press, London 1990, 300p.
- [۲۴] Goodsell, D., "Dictionary of Automotive Engineering", Butterworths, London, 1989, 182p.
- [۲۵] "Vehicle Dynamics Terminology", SAE J670e, Society of Automotive Engineers, Warrendale, PA (see Appendix A).
- [۲۶] Den Hartog, J.P., "Mechanics", McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, NY, 1948, p.174.