

تمرینات درج اولی

۱- چند جمله‌ای در درجه یک تابع $f(x) = \cos \frac{\pi}{3} x$ را در نقاط $x_0 = 0, x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 1, x_3 = \frac{3}{2}$ بسازید و استفاده از آن تقریبی کنید $f(\frac{\pi}{7})$ و $f(\frac{3\pi}{8})$ را بدست آورید.

۲- چند جمله‌ای در درجه یک تابع $f(x) = x^{10}$ را در نقاط x_0, \dots, x_1, x_2 در بازه $[0, 1]$ بسازید.

۳- صدک خطای چند جمله‌ای در درجه یک تابع $f(x) = e^{-1/2 x}$ در نقاط $x_i = 0, 1, \dots, 10$ را بسازید.

۴- اگر $L_i(x)$ چند جمله‌ای لاگرانژ باشد، نشان دهید $\sum_{i=0}^n L_i(x) = 1$.

۵- استفاده از روش کمترین مربعات خطای تابع $y = \frac{1}{(ax^2 + bx + c)^2}$ برای x جدولی

x_i	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
y_i	1	1.9	3.1	4.5	6.9	10	12	18

۶- در صورتی که $f(x) = \frac{1}{x}$ را در نقاط x_0, x_1, x_2, x_3 در طول h تعلق به بازه $[1, 2]$ استفاده از یک چند جمله‌ای درجه ۳ در درجه یک کمترین مربعات h بسازید و خطای تابع در نقاط f صدک 10^{-8} بسازید.

۷- استفاده از چند جمله‌ای درجه یک تقریبی برای $f(1.22)$ بدست آورید (از چند جمله‌ای در درجه یک کمترین مربعات استفاده کنید).

x_i	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40
y_i	1.1823	1.2231	0.2624	0.3001	0.3365

۸- تابع جدولی زیر را با یک مستقیم بسازید $y = ax^2 + b$ برای آن بسازید:

x_i	-1.1	1	2	3.7
f_i	2	2.1	4.6	17

۹- بهترین مستقیم بسازید $y = ax^3 + bx$ را برای تابع جدولی زیر با کمترین مربعات برای آن بسازید.

x_i	-1	0	1	1.5	2
y_i	2.31	-1	2.5	0	4

۱۰ - جدول زیر را در نظر بگیرید. تقریبی برابر تقریب $f(2.1) - f(2)$ و $f(3)$ است آید.

۱۱ - مقدار تقریبی $\int_0^{\pi/2} e^x \sin x dx$ را به روش $\frac{1}{3}$ سیمنون در فضای صدگانه 10^{-6} است آید.

۱۲ - با استفاده از روش نقطه میانی و $h=0.01$ مقدار تقریبی انتگرال زیر را بیابید $\int_0^{0.1} \frac{dx}{\sqrt{x}}$

۱۳ - مقدار تقریبی انتگرال $\int_1^{1.5} \frac{x^2 \sin(x+1)}{\sqrt{x}} dx$ را به روش $\frac{1}{3}$ سیمنون در $h=0.05$ بیابید.

۱۴ - حاصل انتگرال زیر را به روش ذوزنقه‌ای در خطای کمتر از 10^{-3} بیابید $\int_0^2 \frac{\cos x}{1+x^2} dx$

۱۵ - درجه سه انتگرال معین زیر حد در تغییرات α را به بی‌بهره بگردانید؛ انتخاب $h=0.2$ خطای حاصل از روش ذوزنقه‌ای از 10^{-3} تجاوز نکند

$$\int_0^1 \frac{dx}{(\alpha x + 0.5)^2}$$

۱۶ - حاصل انتگرال $\int_3^5 x^2 \ln x dx$ را به روش $\frac{1}{3}$ سیمنون در $h=1/4$ بیابید.

۱۷ - با استفاده از روش ادرس مقدار تقریبی $y(0.5)$ را به ترتیب به سه روش ذوزنقه‌ای زیر $h=0.1$ بیابید.

$$\begin{cases} y' = \sin(x + \sqrt{x}) + x^2 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

۱۸ - مقدار تقریبی $y(0.3)$ را در معادله ذوزنقه‌ای زیر با استفاده از روش ادرس $h=0.1$ بیابید.

$$\begin{cases} y' = e^x + e^y \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad (h=0.1) \text{ آید}$$

۱۹ - با استفاده از روش رونگ-کوتس مرتبه دوم مقدار تقریبی $y(1.15)$ را در معادله ذوزنقه‌ای زیر $h=0.05$ بیابید.

$$\begin{cases} y' = \cos x - x \sin y^2 + 2xy \\ y(1) = 2 \end{cases} \text{ بیابید}$$

۲۰ - با استفاده از روش رونگ-کوتس مرتبه چهارم تقریبی از $y(0.2)$ را در معادله ذوزنقه‌ای زیر $h=0.1$ بیابید.

$$\begin{cases} y' = \sin(x^2 + 3y) + y \\ y(0) = 1 \end{cases} \text{ بیابید}$$