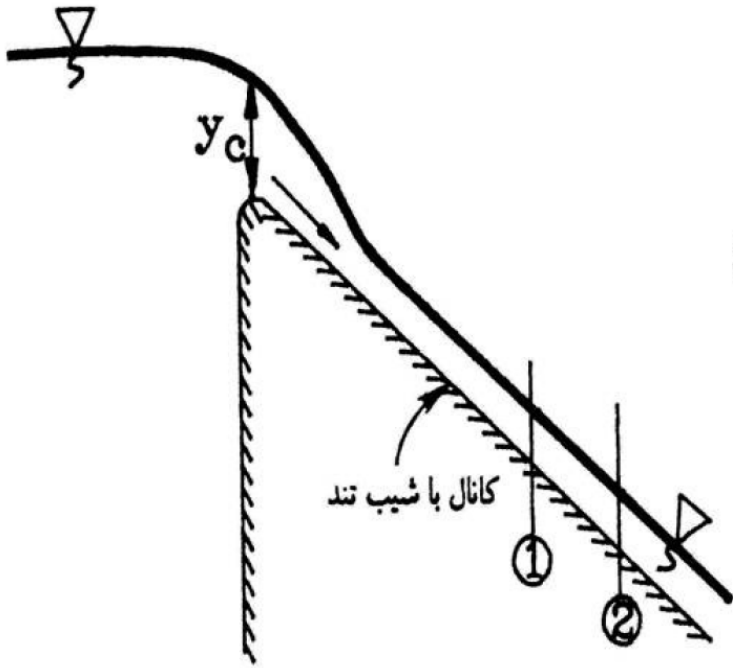
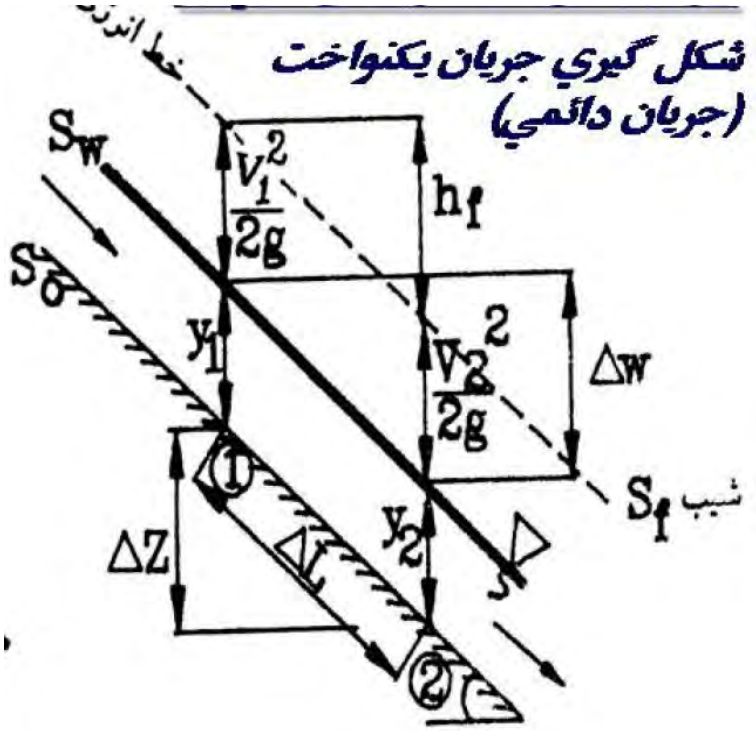
جریان یکنواخت در کانال های باز





جریان یکنواخت دائمی = جریان یکنواخت = جریان نرمال ($y = y_n$)

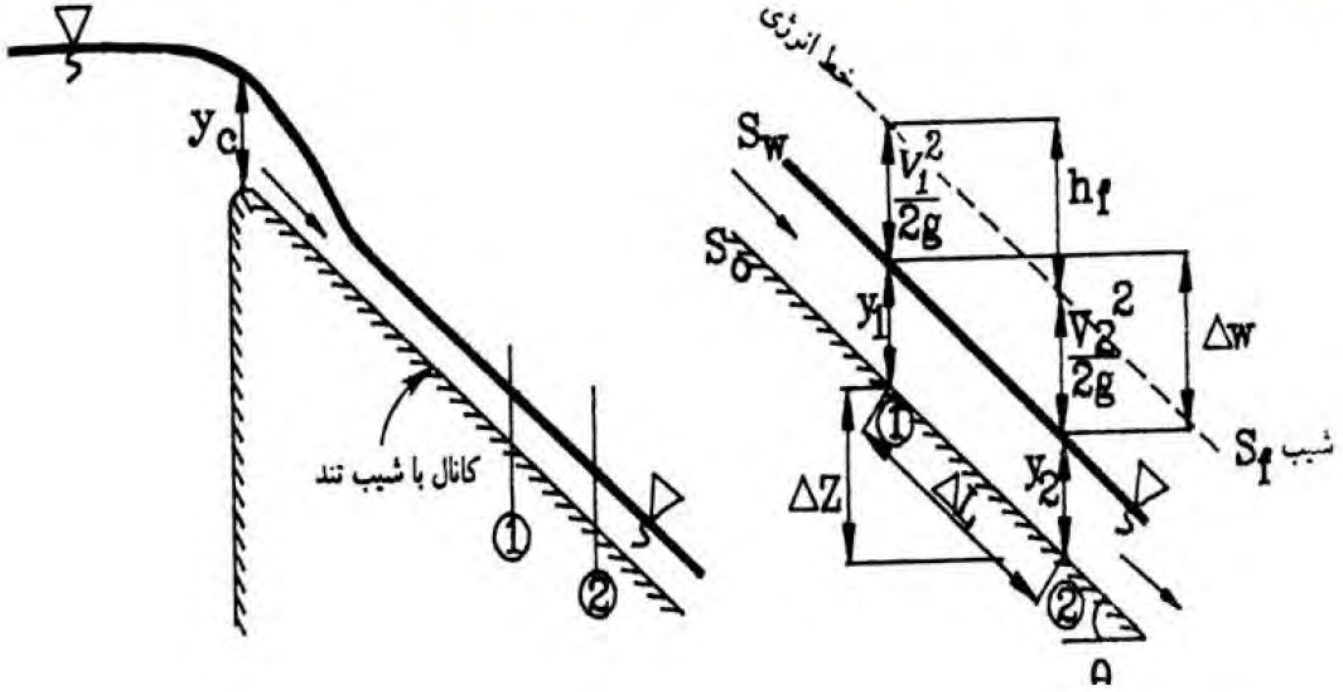
جریان یکنواخت بحرانی $y_n = y_c$

جریان یکنواخت زیر بحرانی $y_n \rangle y_c$

جریان یکنواخت فوق بحرانی $y_n \langle y_c$

$$\left.\begin{aligned} y_1 = y_2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0 \\ V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{dV}{dx} = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{جریان یکنواخت دائمی}$$

در صورتیکه فاصله دو مقطع ۱ و ۲ در امتداد جریان برابر ΔL باشد میتوان نوشت



شیب خط انرژي = شیب سطح آب = شیب کف کانال

$$S_o = S_w = S_f = S$$

$$\frac{\Delta Z}{\Delta L} = \frac{\Delta W}{\Delta L} = \frac{h_f}{\Delta L} = S = Sin\theta$$

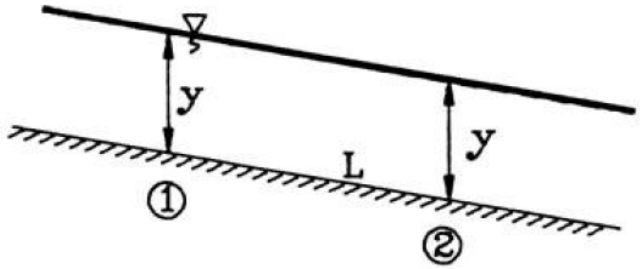
ΔZ = تغییر ارتفاع کف کانال

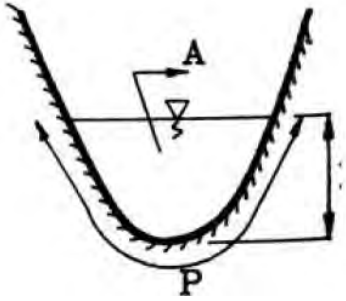
ΔW = تغییر ارتفاع سطح آب

h_f = افت انرژي

سرعت متوسط در جریانات یکنواخت

رابطه شزی





$$Momentum\ Eq.with\ \beta_1=\beta_2=1\Rightarrow$$

$$F_{P1}-F_{P2}-F_f+W\,Sin\theta=\rho Q\left(V_2-V_1\right)$$

$$V_1=V_2\ ,\ F_{P1}=F_{P2}$$

$$W\,Sin\theta-F_f=0\Rightarrow W\,Sin\theta=F_f\qquad (I)$$

$$F_f=\tau_0 PL$$

$\tau_0 =$ تنش برشي متوسط در كف

$$W\,Sin\theta=\gamma\,AL\,Sin\theta\qquad (II)$$

$$(II)\rightarrow(I)\Rightarrow\gamma\,AL\,Sin\theta=\tau_0 PL\Rightarrow\tau_0=\gamma\frac{A}{P}Sin\theta$$

$$\tau_o=\gamma\,R\,Sin\theta=\gamma\,R\,S$$

رابطه شزی

$$\tau_o = \gamma R Sin\theta = \gamma R S$$

فرض: تنش برشي متوسط جداره كه عكس تنش حاصل از نيروي راتش بر كف كانال مي باشد متناسب با مجذور سرعت متوسط جريان مي باشد يعني:

$$\tau_0 = K \rho V^2$$

$$K \rho V^2 = \gamma RS \Rightarrow V = \frac{\sqrt{g}}{K}\sqrt{RS}$$

$$\frac{\sqrt{g}}{K} = C \Rightarrow V = C\sqrt{RS} \qquad C = \frac{L^{1/2}}{T}$$

ضریب شزی

۱- تعیین ضریب شزی بر مبنای ضریب اصطکاک دارسی وایسباخ

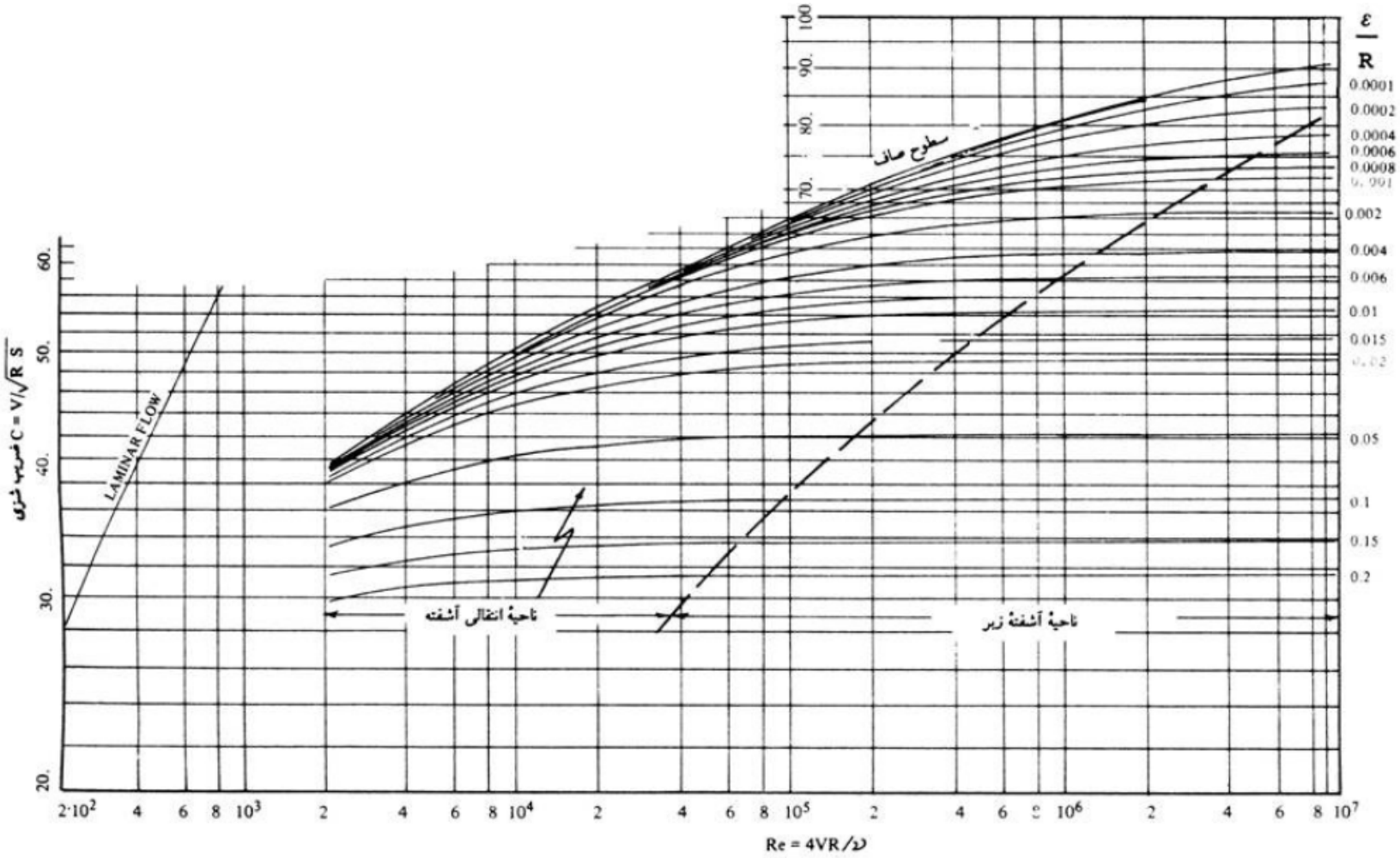
$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

f = ضریب اصطکاک بدون بعد دارسی ـ وایسباخ بوده که تابعی از عدد رینولدز جریان $(4\rho VR/\mu)$ و زبری نسبی $(\varepsilon/4R)$ در لوله می باشد

$$V = \sqrt{\frac{8g}{f}} \sqrt{RS_f} \xrightarrow{\text{uniform flow}} V = \sqrt{\frac{8g}{f}} \sqrt{RS} \Rightarrow C = \sqrt{\frac{8g}{f}}$$

$$V = C\sqrt{RS}$$

ضریب شزی–۱


ضریب شزی C = V/√R S
LAMINAR FLOW
سطوح صاف
ناحیهٔ انتقال آشفته
ناحیهٔ آشفتهٔ زبر
Re = 4VR/ν
ε/R
0.0001
0.0002
0.0004
0.0006
0.0008
0.002
0.004
0.006
0.01
0.015
0.05
0.1
0.15
0.2

ضریب شزی–۲

۲– تعیین ضریب شزی با استفاده از رابطه بیزن Bazin Formula

$$C = \frac{87}{1 + \gamma / \sqrt{R}}$$

R = شعاع هیدرولیکی

γ = ضریب زبری بستر کانال

۳– تعیین ضریب شزی با استفاده از رابطه گانگلیت–کاتر

Ganguillet -Kutter Formula

$$C = \frac{(23 + 0.00155/S) + 1/n}{1 + (23 + 0.00155/S)\, n / \sqrt{R}}$$

n = ضریب زبری بستر کانال

S = شیب طولی کانال

رابطه مانینگ

$$C \propto R^{1/6} \Rightarrow C = \frac{1}{n} R^{1/6}$$

n = ضریب زبري بستر کانال در رابطه کاتر

$$V = C\sqrt{RS} \Rightarrow V = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2} \Rightarrow Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2}$$

$$(SI \rightarrow English) \Rightarrow \left(\frac{1}{n} \rightarrow \frac{1.486}{n}\right) \Rightarrow \frac{L^{1/3}}{T}$$

تعیین n توسط روابط تجربي

۱- رابطه استریکلر: مرسوم ترین و معمول ترین رابطه جهت برآورد ضریب مانینگ

$$n = \frac{d_{50}^{1/6}}{21.1}$$

d_{50} = اندازه متوسط دانه ها(شماره الکي که ۵۰% وزني ذرات از آن عبور مي کنند)

۲- رابطه میر(Meyer): در مورد رودخانه هاي کوهستاني که مصالح جدار آنها عمدتا شامل مصالح درشت دانه است کاربرد دارد.

$$n = \frac{d_{90}^{1/6}}{26}$$

d_{90} = اندازه دانه اي است که ۹۰% وزني ذرات از آن ریزتر مي باشند (بر حسب متر)

ضریب زبری مانینگ

نشریه شماره ۶۸۸

ضریب زبری هیدرولیکی رودخانه‌ها، یکی از عوامل مورد نیاز برای مطالعات مهندسی رودخانه است.

نوع مصالح به کار رفته در کانال	ضریب مانینگ		
	حداقل	متوسط	بیشینه
پلکانی یا پیچاپیچ، با قلوه سنگ در کف و دیواره‌های تمیز	۰/۰۳۰	۰/۰۴۰	۰/۰۵۰
لایروبی شده بدون گیاه	۰/۰۲۵	۰/۰۲۸	۰/۰۳۳
لایروبی شده، ولی با درختچه تنگ در دیواره‌ها	۰/۰۳۵	۰/۰۵۰	۰/۰۶۰
ب- ۲- سنگبری			
صاف و یکنواخت	۰/۰۲۵	۰/۰۳۵	۰/۰۴۰
ناصاف و نامنظم ب- ۳- مجاری نگهداری نشده با رویش علف هرز و درختچه	۰/۰۳۵	۰/۰۴۰	۰/۰۵۰
با علف هرز متراکم با ارتفاع معادل عمق جریان	۰/۰۵۰	۰/۰۸۰	۰/۱۲۰
با کف تمیز و بوته در کناره‌ها	۰/۰۴۰	۰/۰۵۰	۰/۰۸۰
مثل قبلی و با عمق آب زیاد	۰/۰۴۵	۰/۰۷۰	۰/۱۱۰
با عمق آب زیاد و بوته متراکم	۰/۰۸۰	۰/۱۰۰	۰/۱۴۰
ج- آبراهه‌های طبیعی			
ج-۱- آبراهه اصلی رودخانه‌های کوچک (عرض بالایی آبراهه در تراز حداکثر ۳۳ متر)			
ج- ۱-۱- آبراهه‌ها در دشت			
تمیز، صاف، مستقیم با جریان پر بدون تنداب و استخر	۰/۰۲۵	۰/۰۳۰	۰/۰۳۳
شبیه بالایی با سنگ و گیاه بیش‌تر	۰/۰۳۰	۰/۰۳۵	۰/۰۴۰
تمیز، لایروبی شده با چاله در مسیر	۰/۰۳۳	۰/۰۴۰	۰/۰۴۵

محاسبات جریان یکنواخت

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2} \Rightarrow Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2}$$

ضریب انتقال

$$Q = \frac{A}{n} R^{2/3} \sqrt{S} \Rightarrow Q = \sqrt{S}\left(\frac{1}{n} A R^{2/3}\right)$$

$$Q = CA\sqrt{RS} \Rightarrow Q = \sqrt{S}\left(CA\sqrt{R}\right)$$

فاکتور سطح: در صورتیکه در محاسبه جریان یکنواخت از رابطه مانینگ استفاده شود، عبارت $AR^{2/3}$ را فاکتور سطح گویند.

۱- در نوع اول y_0، n و S و مشخصات هندسي مقطع جریان مشخص و سرعت V و یا دبي جریان Q مجهول هستند.

۲- در مسائل نوع دوم y_0، n و Q و مشخصات هندسي مقطع جریان معلوم ولي شیب کانال S مجهول مي باشد.

۳- در اینحالت y_0، S و Q و مشخصات هندسي مقطع جریان معین و ضریب زبري مانینگ n مجهول مي باشد.

٤- در نوع چهارم n ، S و Q و مشخصات هندسي مقطع جریان مشخص، عمق نرمال y_0 مجهول میباشد.

٥- در نوع آخر n ، S ، Q و y_0 و هندسه عمومي کانال معلوم ولي مشخصات هندسي مقطع جریان باید محاسبه گردند.

مثال: یک کانال ذوزنقه ای با عرض کف ۵ متر و شیب کناره های 1(V) : 1.5(H) دارای شیب طولی ۰/۰۰۰۳۵ می باشد. عمق نرمال را برای دبی ۲۰ متر مکعب بر ثانیه محاسبه نمایید. (n=0.015)

$$A = (b + zy_0)y_0 = (5 + 1.5y_0)y_0$$

$$P = b + 2\sqrt{1 + z^2}\, y_0 = 5 + 3.606\, y_0$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{(5 + 1.5y_0)y_0}{5 + 3.606\, y_0}$$

$$20 = \frac{1}{0.015}(0.00035)^{1/2}\left[\frac{(5 + 1.5y_0)y_0}{5 + 3.606\, y_0}\right]^{2/3}(5 + 1.5y_0)y_0$$

آزمون و خطا $\Rightarrow y_0 = 1.82\, m$

مثال: یک کانال بتني (n=0.015) با مقطع ذوزنقه اي داراي شیب کناره هاي ۱:۱ مي باشد. اگر شیب طولي کانال ۰۰۰٤/۰ باشد، عرض کف را بگونه اي محاسبه نمایید که کانال بتواند دبي ۱۰ متر مکعب بر ثانیه را در عمق نرمال ۵/۲ متر انتقال دهد.

$$A = (b + zy_0)y_0 = (b + 2.5)2.5$$

$$P = b + 2\sqrt{1 + z^2}\, y_0 = b + 7.071$$

$$\Rightarrow R = \frac{A}{P} = \frac{(b + 1.5)2.5}{b + 7.071}$$

$$100 = \frac{1}{0.015}(0.0004)^{1/2}\left[\frac{(5 + 2.5)2.5}{5 + 7.071}\right]^{2/3}(b + 2.5)2.5$$

آزمون و خطا $\Rightarrow b = 16.33\ m$

محاسبات عمق نرمال

الف - روش عددي آزمون و خطا: در اين روش معلومات مسئله در فرمول مانينگ قرار داده شده ، مجهول بر اساس قضاوت مهندسي و تجربه با آزمون و خطا پيدا مي شود.

ب - روش استفاده از نمودارها يا جداول كمكي: در صورتيكه در يک مقطع مستطيلي فاکتور سطح در محاسبه جريان يکنواخت بر مقدار عرض کف به توان 8/3 تقسيم گردد، پارامتر بدون بعد حاصل تابعي از y/b خواهد بود.

$$\frac{AR^{2/3}}{b^{8/3}} = \frac{A^{5/3}}{b^{8/3}P^{2/3}} = \frac{b^{5/3}y^{5/3}}{b^{8/3}(b+2y)^{2/3}} = \frac{y^{5/3}}{b(b+2y)^{2/3}}$$

$$\frac{AR^{2/3}}{b^{8/3}} = \frac{y^{5/3}}{b(b+2y)^{2/3}} = \frac{y}{b}\left(\frac{y}{b+2y}\right)^{2/3} = \frac{y}{b}\left(\frac{y/b}{1+2y/b}\right)^{2/3} = f_1\left(\frac{y}{b}\right)$$

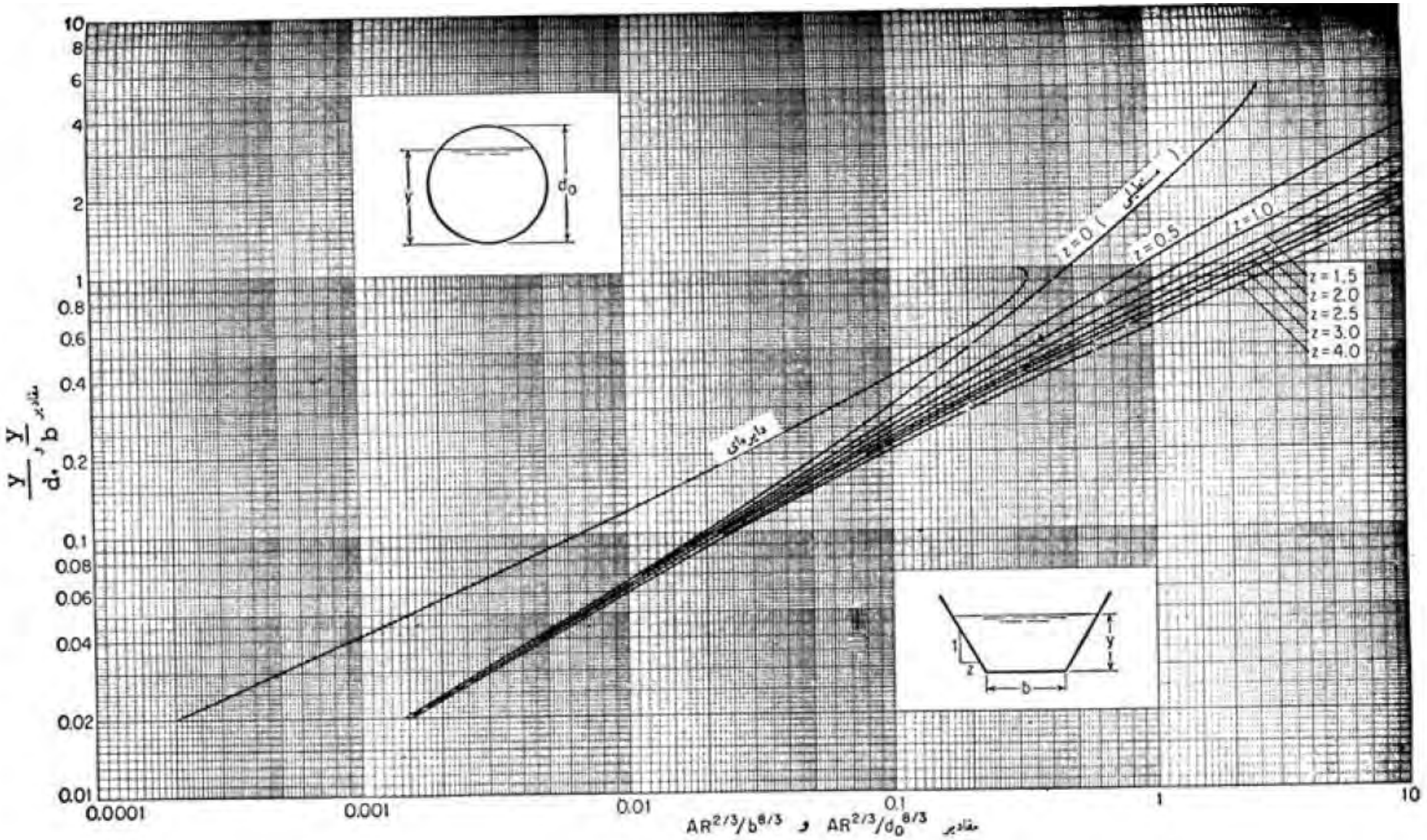
در مقاطع ذوزنقه اي و دايره اي

$$\left(\frac{AR^{2/3}}{b^{8/3}}\right)^{2/3} = f_2\left(\frac{y}{b}, Z\right) \qquad \left(\frac{AR^{2/3}}{d_0^{8/3}}\right)^{2/3} = f_3\left(\frac{y}{d_0}\right)$$

منحني تغييرات $\frac{AR^{2/3}}{d_0^{8/3}}$ و $\frac{AR^{2/3}}{b^{8/3}}$ به ترتيب برحسب $\frac{y}{d_0}$ و $\frac{y}{b}$ ترسيم مي گردد.

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2} \Rightarrow \frac{nQ}{\sqrt{S} d_0^{8/3}} = \frac{AR^{2/3}}{d_0^{8/3}}$$

$$\frac{nQ}{\sqrt{S} b^{8/3}} = \frac{AR^{2/3}}{b^{8/3}}$$



مثال: در یک کانال ذوزنقه اي به عرض کف ٦ متر، شیب کناره هاي ٢:١ و ضریب مانینگ ٠٢٥/٠ مطلوبست:

الف - تعیین شیب نرمال (S_n)اگر عمق نرمال ٥/١ متر و دبي ١٠ متر مکعب بر ثانیه در نظر گرفته شود.

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2}$$

$$y_0 = 1.5\,m \Rightarrow A = (b + z y_0) y_0 = (6 + 2 \times 1.5) 1.5 = 13.5\,m^2$$

$$P = b + 2\sqrt{1 + z^2}\, y_0 = 6 + 2 \times 1.5 \sqrt{1+4} = 12.71\,m$$

$$R = \frac{A}{P} = 1.062\,m$$

$$10 = \frac{1}{0.025}(13.5)(1.062)^{2/3} S_n^{1/2} \Rightarrow S_n = 0.000315$$

ب - تعیین شیب بحراني (S_c)و عمق نرمال (y_0) در صورتیکه دبي ١٠ متر مکعب بر ثانیه در نظر گرفته شود.

$$y_c = y_0 \Rightarrow Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S_c^{1/2}$$

$$\frac{Z_c}{b^{2/5}} = \frac{Q}{\sqrt{g}b^{2/5}} = \frac{10}{\sqrt{9.81}\ 6^{2/5}} = 0.036$$

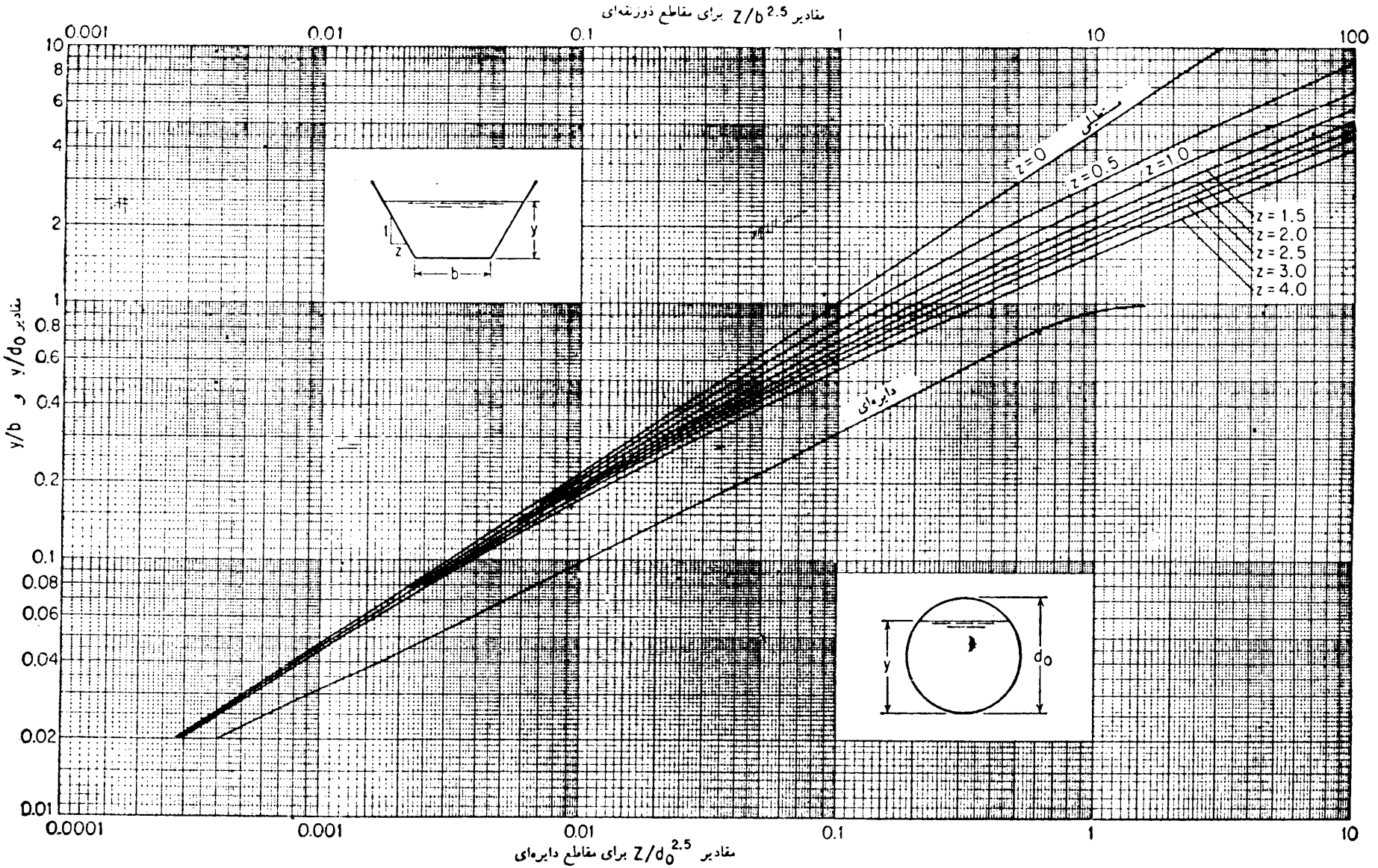
$$\frac{Z_c}{b^{2/5}} = 0.036 \xrightarrow{\text{نمودار}} \frac{y_c}{b} = 0.1 \Rightarrow y_c = 0.6\,m = y_0$$

$$A = (b + zy_0)y_0 = (6 + 2 \times 0.6)0.6 = 4.32\,m^2$$

$$P = b + 2\sqrt{1+z^2}\,y_0 = 6 + 2\sqrt{1+4} \times 0.6 = 8.6\,m$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{4.32}{8.6} = 0.497\,m$$

$$10 = \frac{1}{0.025}(0.32)(0.497)^{2/3} S_c^{1/2} \Rightarrow S_c = 0.00846$$


مقادیر $Z/b^{2.5}$ برای مقاطع ذوزنقه‌ای
0.001
0.01
0.1
1
10
100
10
8
6
4
2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0.1
0.08
0.06
0.04
0.02
0.01
مقادیر y/d₀ و y/b
z=0
مستطیلی
z=0.5
z=1.0
z = 1.5
z = 2.0
z = 2.5
z = 3.0
z = 4.0
دایره‌ای
1
z
y
b
y
d₀
0.0001
0.001
0.01
0.1
1
10
مقادیر $Z/d_0^{2.5}$ برای مقاطع دایره‌ای

ج - تعیین شیب بحراني نرمال (S_{cn}) و مقدار دبي در صورتیکه عمق نرمال ۱/۵ متر در نظر گرفته شود.

$$y_c = y_0 = 1.5\,m$$

$$A = (b + zy_0)y_0 = 13.5\,m^2$$

$$T = b + 2zy_c = 6 + 2 \times 2 \times 1.5 = 12\,m$$

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{T} \Rightarrow \frac{Q^2}{9.81} = \frac{(13.5)^3}{12} \Rightarrow Q = 44.85\ {}^{m^3}/_{s}$$

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2}$$

$$P = b + 2\sqrt{1+z^2}\, y_0 = 6 + 2 \times 1.5\sqrt{1+4} = 12.71\,m$$

$$R = \frac{A}{P} = 1.062\,m$$

$$44.85 = \frac{1}{0.025}(13.5)(1.062)^{2/3} S_{cn}{}^{1/2} \Rightarrow S_{cn} = 0.0063$$

بهترين مقطع هيدروليكى

با توجه به اينكه پارامترهاي هندسي متفاوتي در شكل هندسي يک مقطع نقش دارند چه تناسبي از ابعاد بهترين مي باشد.

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2}$$

$$Q = \frac{1}{n} A \frac{A^{2/3}}{P^{2/3}} S^{1/2} = \frac{A^{5/3} S^{1/2}}{n P^{2/3}} \quad \Rightarrow if \;\; P = min \Rightarrow Q = max$$

$$A = \frac{Q^{3/5} n^{3/5}}{S^{3/10}} P^{2/5} = K_1 P^{2/5}$$

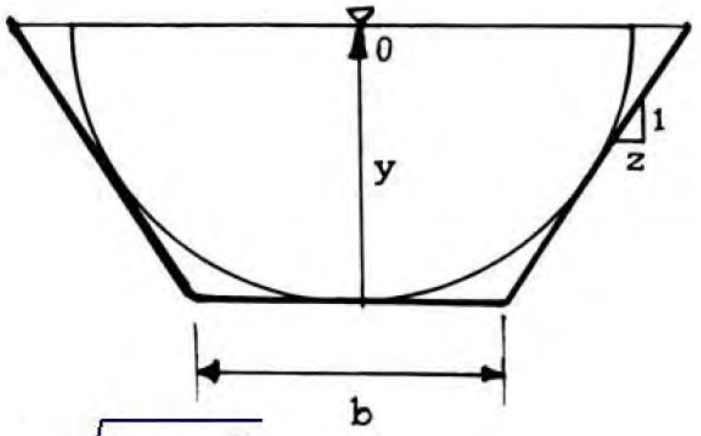
بهترين مقطع هيدروليكي مستطيلي

$$A = by \Rightarrow b = \frac{A}{y} \qquad P = b + 2y \Rightarrow P = \frac{A}{y} + 2y$$

$$\frac{dP}{dy} = 0 \Rightarrow -\frac{A}{y^2} + 2 = 0$$

$$A = 2y^2 \Rightarrow by = 2y^2 \Rightarrow b = 2y$$

بهترين مقطع هيدروليكي ذوزنقه اي



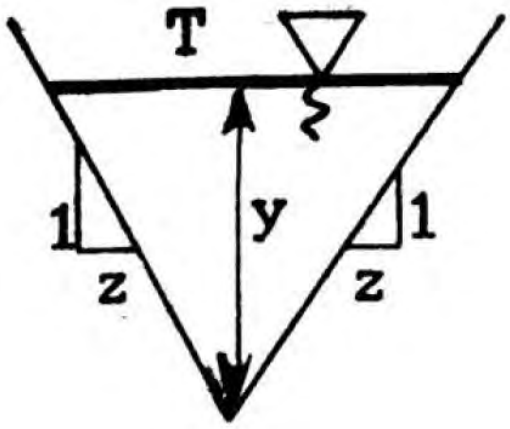
$$A = (b + zy)y$$

$$P = b + 2y\sqrt{1+z^2} = \frac{A}{y} - zy + 2y\sqrt{1+z^2}$$

$$\frac{dP}{dy} = 0 \Rightarrow -\frac{A}{y^2} - z + 2\sqrt{1+z^2} = 0$$

$$\frac{-(b+zy)y}{y^2} + 2\sqrt{1+z^2} - z = 0$$

$$b = 2y\left(\sqrt{1+z^2} - z\right)$$



$$A = zy^2$$

$$P = 2\sqrt{1+z^2}\,y$$

$$P^2 = 4\left(1+z^2\right)y^2 = 4\left(1+z^2\right)\frac{A}{z}$$

$$\frac{dP^2}{dz} = 0 \Rightarrow \left(1-\frac{1}{z^2}\right) = 0 \Rightarrow z = +1$$

مثلثي با زاويه رأس ۹۰ درجه

مثال: یک کانال با شیب طولی ۱ : ۲۰۰۰ در مصالحی از جنس رس ساخته می شود. اگر قرار باشد این کانال دبی ۶۰ متر مکعب بر ثانیه را منتقل نماید، هزینه نسبی دو مقطع زیر را با یکدیگر مقایسه نمایید.

فرض نمایید هزینه پوشش به ازاء هر متر مربع دو برابر هزینه حفاری به ازاء هر متر مکعب باشد.

الف_ مقطع مستطیلی با پوششی از بتن ($n = ۰۱۴/۰$)

$$b = 2y \Rightarrow A = 2y^2$$

$$R = \frac{2y^2}{2y + 2y} = 0.5y$$

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2} \quad \Rightarrow 60 = \frac{1}{0.014}\left(\frac{1}{2000}\right)^{1/2} (0.5y)^{2/3} (2y^2)$$

$$y = 3.572\,m$$

$$b = 7.144\,m$$

در صورتیکه هزینه حفاری به ازاء هر متر مکعب x فرض شودو محاسبات را برای طول کانال انجام دهیم

$$\text{هزینه} = (3.572 \times 7.144)x + 14.288(2x)$$

$$\text{هزینه} = 54.096x$$

ب _ مقطع ذوزنقه اي (z =۱/۵) و بلون پوشش (n = ۰/۰۲۵)

$$b = 2y\left(\sqrt{1+z^2} - z\right) = 2y\left(\sqrt{1+1.5^2} - 1.5\right) = 0.606\,y$$

$$A = (b + zy)y = (0.606\,y + 1.5\,y)y = 2.106\,y^2$$

$$R = 0.5\,y$$

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2} \quad \Rightarrow 60 = \frac{1}{0.025}\left(\frac{1}{2000}\right)^{1/2} (0.5\,y)^{2/3} (2.106\,y^2)$$

$$y = 4.354\,m \qquad A = 39.93\,m^2$$

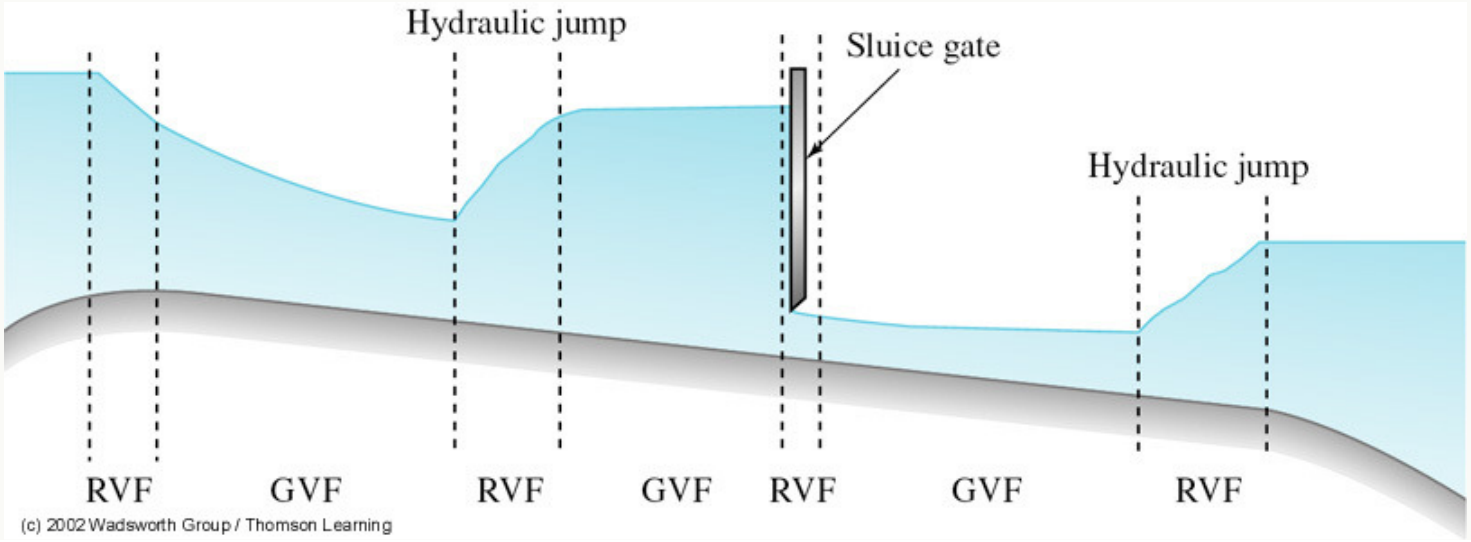
هزینه $= 39.93x$

GRADUALLY VARIED FLOW

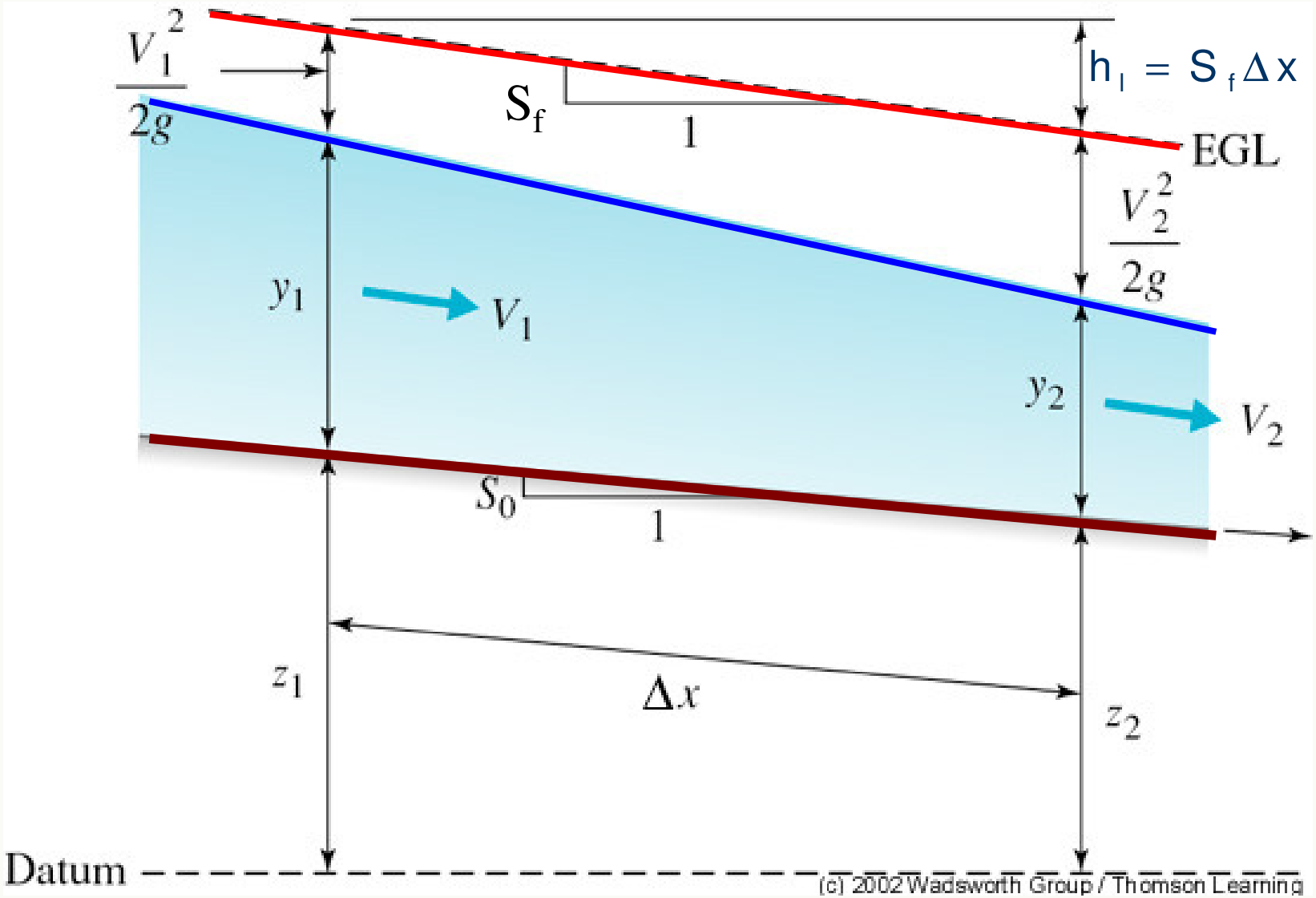
In a channel, the flow will **not** be uniform in the vicinity of

- Channel transition
- Channel bed slope change location
- Fall
- etc

- The change in flow depth is small and this type flow called as Gradually Varied Flow

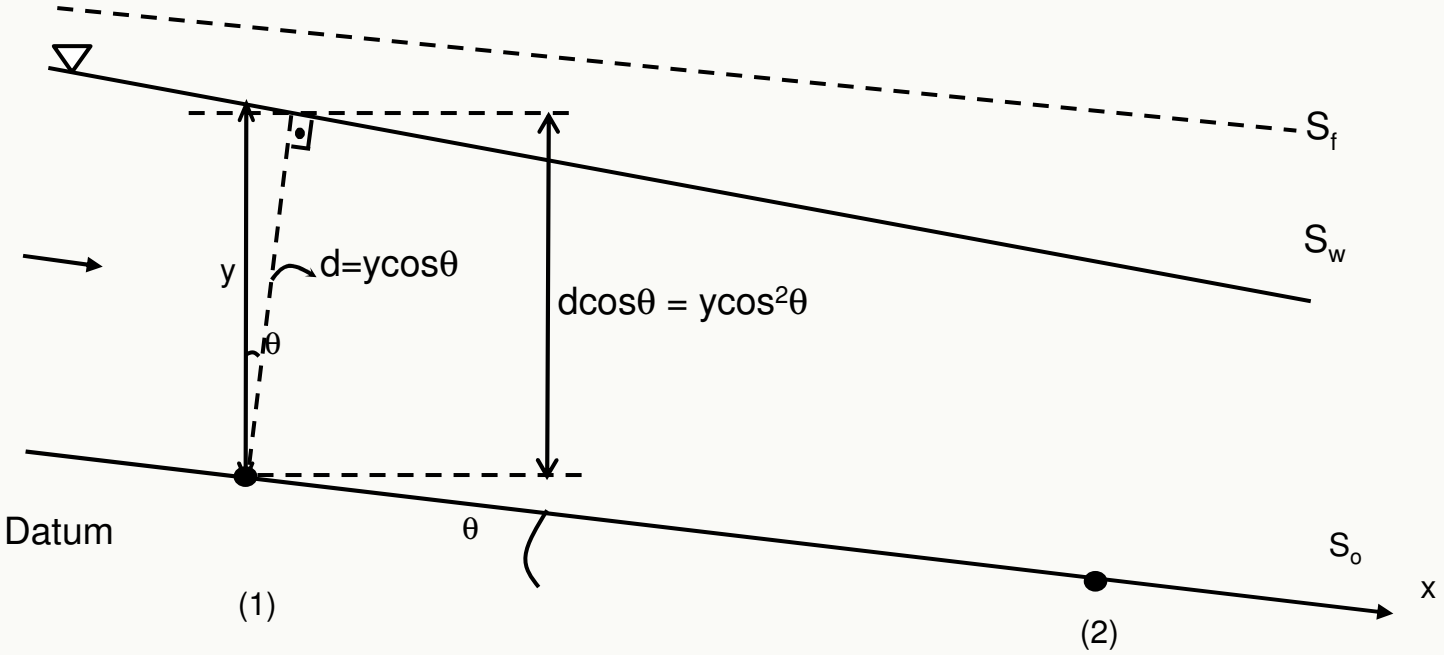


Non-uniform gradually varied flow. $S_f \neq S_w \neq S_o$



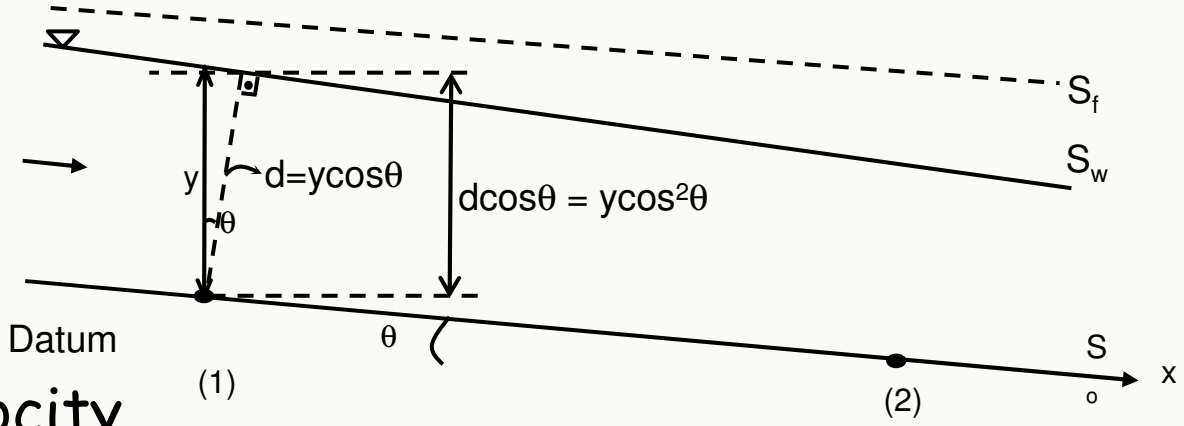
GRADUALLY VARIED FLOW (dy/dx<<1)

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \qquad \frac{\partial(\text{anyproperty})}{\partial t} = 0$$



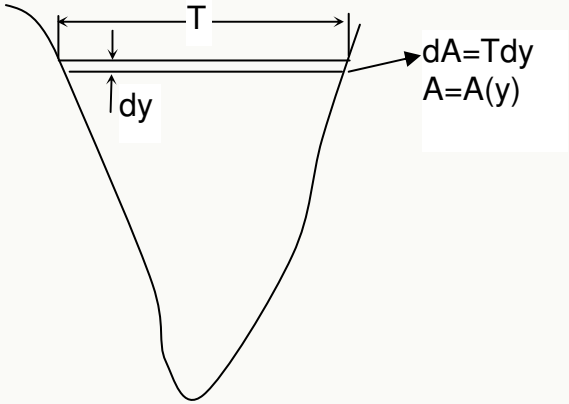
only y, z and V changes along x.

$$H = z + y\cos^2\theta + \alpha\frac{V^2}{2g}$$



θ small and uniform velocity

$$H = z + y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$



$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{dy}{dx} + \frac{Q^2}{2g}\frac{(-2)}{A^3}\frac{dA}{dy}\frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{dy}{dx}\left(1 - \frac{Q^2T}{gA^3}\right)$$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{dy}{dx}\left(1 - F_r^2\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\left(\frac{dH}{dx} - \frac{dz}{dx}\right)}{1 - F_r^2} \qquad \text{where} \quad \frac{dH}{dx} = -S_f \quad \& \quad \frac{dz}{dx} = -S_o$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - F_r^2}$$

Assumptions:

- 1) Small channel bottom slope;
- 2) $\theta < 8^\circ$ and constant in the direction of flow
- 3) n is constant along the reach
- 4) S_f is calculated using Manning's equation

TYPES OF SLOPES
(For a Given Q,n, Cross-section, So)

- Calculate Critical Depth of the Channel (F_r=1)
- Calculate the critical slope, S_c of the channel by using Critical depth in the Manning Equation.
- Compare S_o and S_c

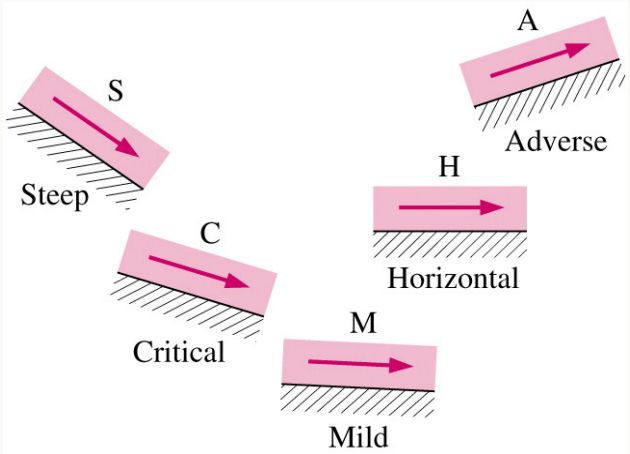
a) If $S_o < S_c$ the state of the flow in the channel under the uniform flow conditions is subcritical flow.
Thus, the slope of the channel is called **MILD SLOPE** and the channel is called as **MILD Channel**

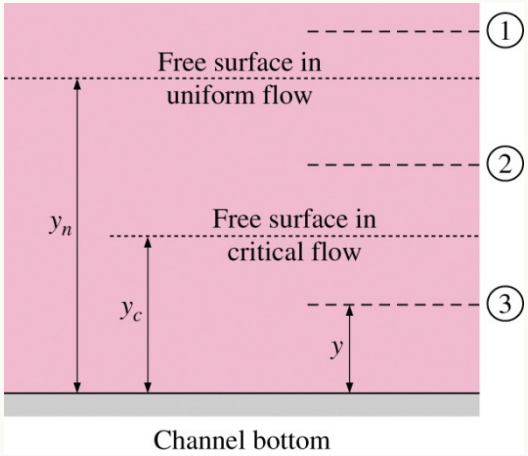
a) If $S_o > S_c$ the state of the flow in the channel under the uniform flow conditions is supercritical flow.
Thus, slope of the channel is called **STEEP SLOPE** and the channel is called as **STEEP Channel**

a) If $S_o = S_c$ the state of the flow in the channel under the uniform flow conditions is critical flow.
Thus, slope of the channel is called **CRITICAL SLOPE**.

Gradually Varied Flow

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}$$





- This result is important. It permits classification of liquid surface profiles as a function of Fr, S_0, S_f, and initial conditions.

- Bed slope S_0 is classifed as
  - **Steep :** $y_n < y_c$
  - **Critical :** $y_n = y_c$
  - **Mild :** $y_n > y_c$
  - **Horizontal :** $S_0 = 0$
  - **Adverse :** $S_0 < 0$

- Initial depth is given a number
  - **1 :** $y > y_n$
  - **2 :** $y_n < y < y_c$
  - **3 :** $y < y_c$