



- قطعه چوب مخروطی شکلی به ارتفاع h شعاع قاعده r و چگالی نسبی s ($s = \gamma_{wood} / \gamma_{H_2O}$) مطابق شکل در آب قرار دارد. الف- میزان فروروی قطعه چوب در آب (x) چقدر است؟ ب- نسبت r/h را با شرط تعادل پایدار قطعه چوب بدست آورید. (۲,۰ نمره)

موفق باشید

سلطانپور

روابط: $\tau = \mu \frac{\partial V}{\partial y}$ $P = \gamma h$ $\gamma_{H_2O} = 9806 (N/m^3) = 62.4 lb/ft^3$ $g = 9.81 (m/s^2) = 32.18 ft/s^2$

ممان اینرسی مقاطع: مستطیل $I = \frac{1}{12}bh^3$ دایره: $I = \frac{\pi}{4}r^4$

حجم مخروط به ارتفاع h و شعاع قاعده r : $\frac{\pi r^2 h}{3}$ مرکز حجم مخروط با ارتفاع h : $h/4$ از قاعده

ارتفاع متاسنتریک (Metacentric): $\overline{MG} = \frac{I_{yy}}{W} - l$ (فاصله مرکز ثقل و مرکز شناوری)

معادله سطح آزاد در حرکت دوار: $z = h_1 + \frac{\omega^2 r^2}{2g}$

جواب:

الف- با استفاده از قانون ارشمیدس:

$$F_B = W \quad \frac{\pi (xr/h)^2 x}{3} \gamma_{H_2O} = \frac{\pi r^2 h}{3} \gamma_{wood} \quad (x/h)^2 x = hs \quad x = h\sqrt[3]{s}$$

ب- فاصله مرکز ثقل و مرکز شناوری (l) برابر است با:

$$l = 3h/4 - 3x/4 = \frac{3h}{4}(1 - \sqrt[3]{s})$$

شرط تعادل پایدار قطعه چوب مثبت بودن ارتفاع متاسنتریک (Metacentric) است:

$$\overline{MG} = \frac{\gamma_{H_2O} I_{yy}}{W} - l = \frac{\gamma_{H_2O} [\frac{\pi}{4} (xr/h)^4]}{\frac{\pi r^2 h}{3} \gamma_{wood}} - \frac{3h}{4}(1 - \sqrt[3]{s}) = \frac{3}{4} \left[\frac{r^2 \sqrt[3]{s^4}}{hs} - h(1 - \sqrt[3]{s}) \right] > 0$$

و یا

$$\frac{r}{h} > \sqrt{\frac{(1 - \sqrt[3]{s})}{\sqrt[3]{s}}}$$