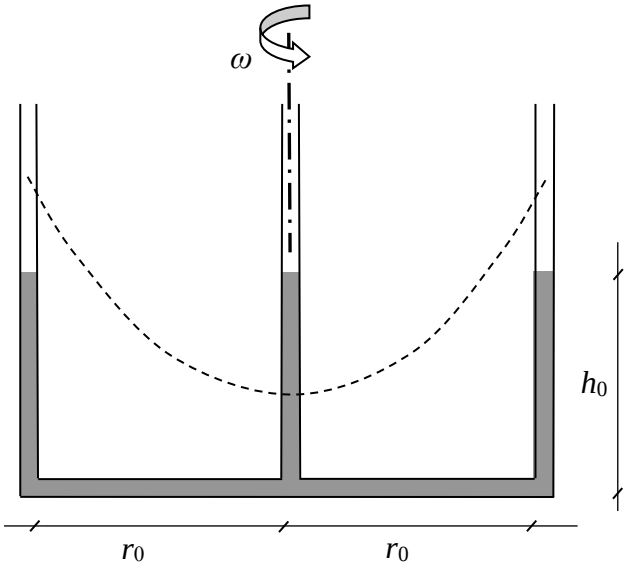
مکانیک سیالات (کوئیز ۲) وقت: 30 دقیقه نیمسال دوم 91-90

نام و نام خانوادگی: شماره دانشجویی:



• مانومتر سه لوله‌ای مطابق شکل ابتدا تا ارتفاع h_0 از آب پر شده و سپس با سرعت زاویه ای ω حول لوله میانی دوران داده می‌شود.

الف- اگر قطر تمام لوله های مانومتر کوچک و یکسان باشد، میزان کاهش ارتفاع آب در لوله میانی (Δh) بر حسب ω چقدر است؟

ب- سرعت زاویه‌ای دوران مانومتر را در حالتی که طول r_0 از کف مانومتر ($r_0/2$ در طرفین لوله میانی) خشک شود بدست آورید.

موفق باشید

سلطانپور

روابط:

$$\gamma_{H_2O} = 9806(N/m^3) = 62.4\, lb/ft^3 \qquad g = 9.81(m/s^2) = 32.18\, ft/s^2 \qquad P = \gamma h$$

نیروی هیدرواستاتیک وارد بر سطوح مسطح: $F_R = P_c A \qquad y' = y_c + \frac{I_{\xi\xi}}{A y_c} \qquad x' = x_c + \frac{I_{\xi\eta}}{A y_c}$

معادله فشار در دوران حول یک محور قائم (P_0 فشار در مبدا): $P = \frac{\gamma\omega^2}{2g} r^2 - \gamma z + P_0$

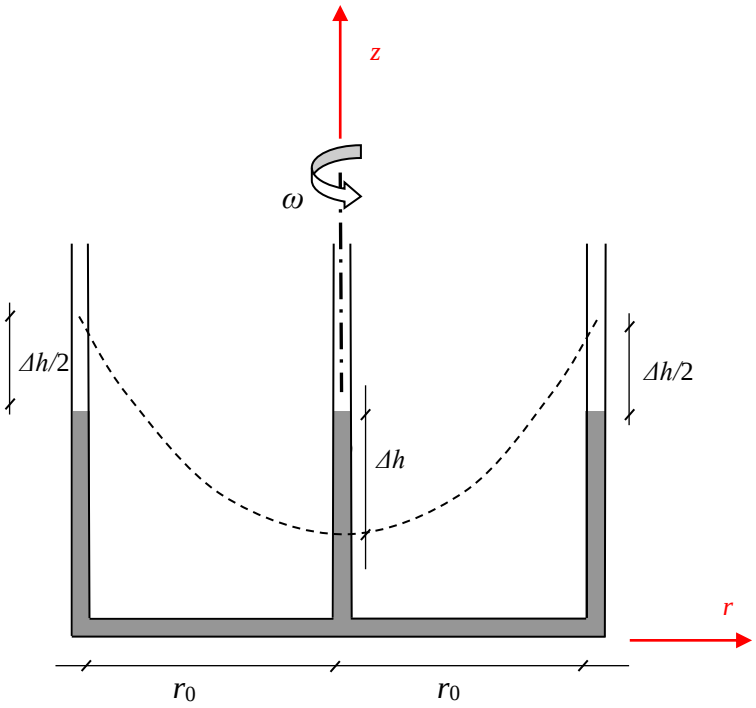
معادله سطح آزاد: $z = h_1 + \frac{\omega^2 r^2}{2g}$

معادله سطح آزاد استوانه‌ای به شعاع r_0 و ارتفاع اولیه سیال h_0: $z = h_0 - \frac{\omega^2 {r_0}^2}{2g}[0.5 - (\frac{r}{r_0})^2]$

معادله حرکت با شتاب خطی یکنواخت: $\frac{dz}{dx} = \frac{-a_x}{g + a_z} \qquad P = -\frac{\gamma}{g} a_x x - \gamma(1 + \frac{a_z}{g}) z + P_0$

جواب:

الف- با توجه به بقای جرم و تقارن مانومتر میزان کاهش ارتفاع آب در لوله میانی دو برابر افزایش ارتفاع آب در لوله های کناری است. بنابراین با جایگذاری تراز بالای لوله‌های کناری در معادله سطح آزاد:



$$z = h_1 + \frac{\omega^2 r^2}{2g} \qquad h_0 + \frac{\Delta h}{2} = (h_0 - \Delta h) + \frac{\omega^2 r_0^2}{2g} \qquad \frac{3\Delta h}{2} = \frac{\omega^2 r_0^2}{2g} \qquad \Delta h = \frac{\omega^2 r_0^2}{3g}$$

ب- با توجه به بقای جرم، کل آب داخل مانومتر برابر $3h_0+2r_0$ بوده و آب در هر طرف مطابق با شکل برابر $1.5h_0+r_0$ خواهد بود. از آنجایی که طول $AC= r_0/2$ است، طول BC برابر است با:

$$z_B = (1.5h_0 + r_0) - \frac{r_0}{2} = 1.5h_0 + 0.5r_0$$

با استفاده از معادله سطح آزاد:

$$z = h_1 + \frac{\omega^2 r^2}{2g}$$

بنابراین:

$$z_B - z_A = \frac{\omega^2 (r_B^{\,2} - r_A^{\,2})}{2g}$$

$$1.5h_0 + 0.5r_0 - 0 = \frac{\omega^2 (r_0^2 - (r_0/2)^2)}{2g} = \frac{3\omega^2 r_0^2}{8g}$$

$$\omega = \frac{2\sqrt{g(h_o + r_0/3)}}{r_0}$$