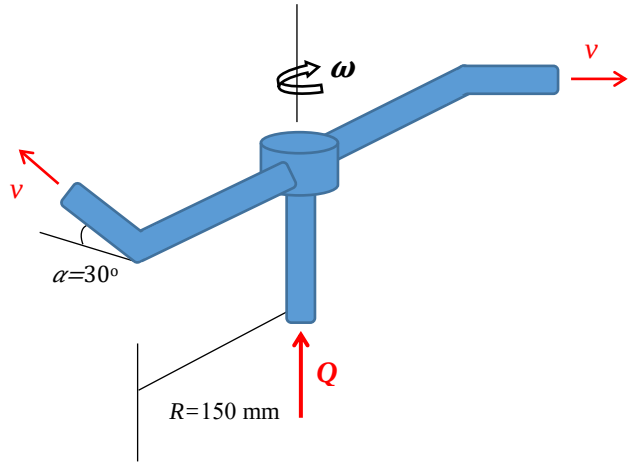
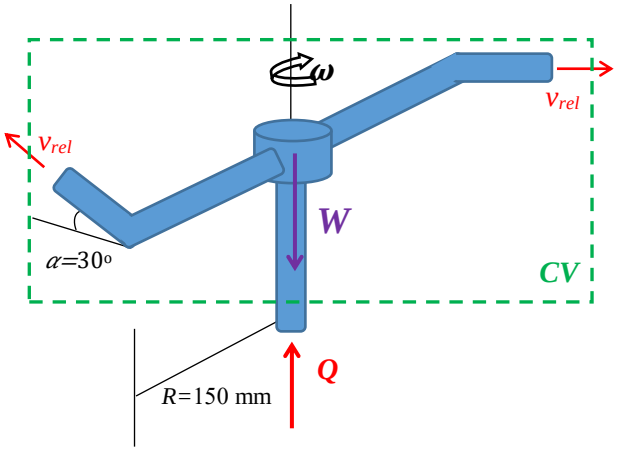
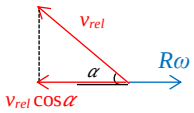


- در آب افشـان کوچکی دبی 7.5 lit/min در جریان است. اگر قطر جت 4 mm و سرعت دوران آب افشـان 30 rpm باشـد، گشـتاور اصطکاکی در محور آب افشان را با استفاده از حجم کنترل غیر اینر سیال بدست آورید (ρ=999 kg/m^3).

جواب:





$$v_\theta = R\omega - v_{rel}\cos\alpha$$

$$\omega = 30rpm = \frac{30\times 2\pi}{60} = \pi \ \text{rad/s}$$

حجم کنترل استوانه‌ای شکل دواری (غیر اینرسیال) را در نظر می‌گیریم که بازوهای آب افشان را نیز در بر بگیرد. با استفاده از معادله پیوستگی، سرعت نسبی آب خروجی از لوله‌ها برابر است با:

$$v_{rel} = \frac{Q}{2A} = \frac{\frac{7.5\times10^{-3}}{60}}{2\times\frac{\pi\times(4\times10^{-3})^2}{4}} = \frac{0.000125}{0.0000251} = 4.97 \ \text{m/s}$$

معادله لنگر اندازه حرکت حول محور قائم برابر است با ($\vec{e}_z$):

$$(\vec{M}_S)_z + (\vec{M}_B)_z - \iiint_{CV}[(2\omega\bar{r}v_{\bar{r}} + \dot{\omega}\bar{r}^2)\vec{e}_z]\rho dV = \oiint_{CS}(rv_\theta\vec{e}_z)(\rho\vec{v}.\overrightarrow{dA}) + \frac{\partial}{\partial t}\iiint_{CV}(rv_\theta\vec{e}_z)\rho dV \quad (I)$$

($\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{CV}(rv_\theta\vec{e}_z)\rho dV = 0$)

اما تنها در لوله‌های افقی سرعت آب در راستای شعاعی است (v_r غیر صفر است):

$$\iiint_{CV}[(2\omega\bar{r}v_{\bar{r}} + \dot{\omega}\bar{r}^2)\rho dV]\vec{e}_z = \iiint_{CV}[(2\omega\bar{r}v_{\bar{r}})\rho dV]\vec{e}_z = 2\times\int_0^R[2\omega\bar{r}v_{rel}(\rho A dr)]\vec{e}_z = 4\rho A\omega v_{rel}\int_0^R(\bar{r}dr)\vec{e}_z = 2v_{rel}A\omega\rho R^2\vec{e}_z$$

$$= (Q\omega\rho R^2)\vec{e}_z$$

لنگر اندازه حرکت عبوری از سطح کنترل دوار تنها برای خروجی جریان محاسبه می‌شود (در ورودی r=v_θ=0 است):

$$\oiint_{CS}(rv_\theta\vec{e}_z)(\rho\vec{v}.\overrightarrow{dA}) = 2R(-v_{rel}\cos\alpha)(\frac{\rho Q}{2})\vec{e}_z = -(Q\rho Rv_{rel}\cos\alpha)\vec{e}_z$$

با توجه به اینکه فشار جو به طور یکنواخت در پیرامون حجم کنترل اثر می‌کند و وزن داخل حجم کنترل (W) هم گشتاوری حول محور دوران ایجاد نمی‌کند، اگر گشتاور اعمال شده از محور آب افشان به حجم کنترل را با M_{shaft} نشان دهیم، با جایگذاری مقادیر فوق در معادله (I):

$$\vec{M}_{shaft} - (Q\omega\rho R^2)\vec{e}_z = -(Q\rho Rv_{rel}\cos\alpha)\vec{e}_z$$

$$\vec{M}_{shaft} = (-Q\rho R v_{rel}\cos\alpha + Q\omega\rho R^2)\vec{e}_z = \rho QR(-v_{rel}\cos\alpha + R\omega)\vec{e}_z$$

لنگر وارده از طرف حجم کنترل به پایه آب افشان خلاف جهت M_{shaft} است:

$$\vec{T}_{shaft} = \rho QR(v_{rel}\cos\alpha - R\omega)\vec{e}_z$$

$$T_{shaft} = 999\times 0.000125\times 150\times 10^{-3}(4.97\cos 30 - 0.150\times 10^{-3}\pi) = 0.0718 \quad \text{N.m}$$ (+↻) دید از بالا