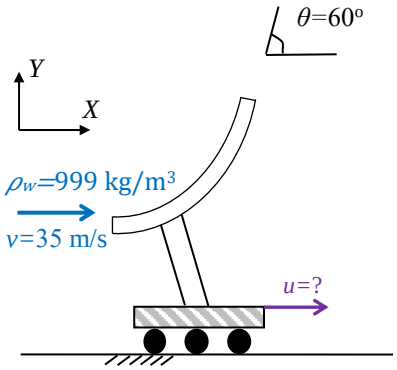
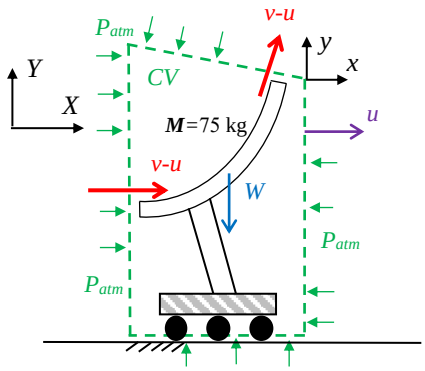


- جت آبی مطابق شکل با سرعت v=35 m/s و سطح مقطع A=0.003 m^2 به ارابه ساکنی به جرم کل M=75 kg برخورد می کند. با صرفنظر کردن از اصطکاک و مقاومت هوا، سرعت ارابه را برحسب زمان بدست آورید.

جواب:



حجم کنترل متحرک غیر اینرسیالی را در نظر میگیریم که با سرعت u نسبت به سیستم مختصات ساکن XYZ در حال حرکت است. سیستم مختصات متحرک xyz بر روی حجم کنترل متحرک قرار دارد. با صرفنظر کردن از اصطکاک جت و بدنه پره و همچنین اثر نیروی ثقل در ارتفاع کم آن، سرعت نسبی جت آب در ورودی و خروجی خروجی برابر بوده (v_u) و با استفاده از معادله پیوستگی:

$$\rho(v-u)A_1=\rho(v-u)A_2 \;\rightarrow\; A_1=A_2=A$$

:

با فرض کوچک بودن جت آب از تغییر اندازه حرکت آن در زمان می‌توان صرفنظر کرد. در معادله بقای اندازه حرکت، سرعتها نسبت به حجم کنترل متحرک نوشته می شوند:

$$\oiint_{cs}\vec{T}dA+\iiint_{cv}\vec{B}\rho dv-\iiint_{cv}[\ddot{\vec{R}}+2\vec{\omega}\times\vec{V}_{xyz}+\dot{\vec{\omega}}\times\vec{r}+\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})]\rho dv=\oiint_{cs}\vec{V}_{xyz}(\rho\vec{V}_{xyz}.d\vec{A})+\frac{\partial}{\partial t}_{xyz}\iiint_{cv}\vec{V}_{xyz}(\rho dv)$$

با در نظر گرفتن رابطه در راستای x :

$$-\iiint_{cv}[\ddot{R}]_x\rho dv=\oiint_{cs}(V_{xyz})_x(\rho\vec{V}_{xyz}.d\vec{A})$$

$$-a_xM=(v-u)[-\rho(v-u)A]+(v-u)\cos\theta[\rho(v-u)A]$$

$$-\frac{du}{dt}M=\rho(v-u)^2A(\cos\theta-1)$$

$$\frac{du}{(v-u)^2}=\frac{\rho A(1-\cos\theta)dt}{M}$$

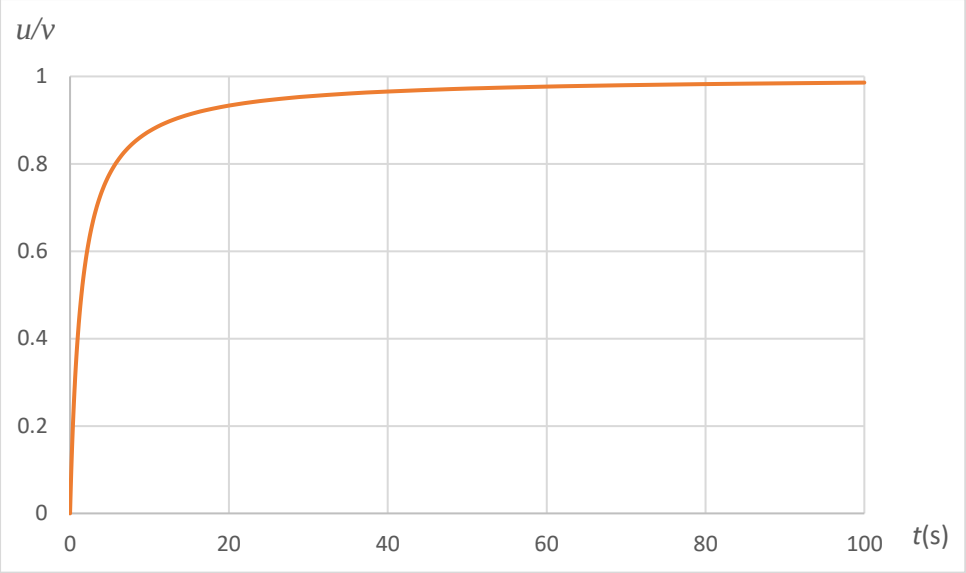
اگر $b=\dfrac{\rho A(1-\cos\theta)}{M}$:

$$\frac{du}{(v-u)^2}=bdt \qquad \int_0^u\frac{du}{(v-u)^2}=\int_0^t bdt \qquad \frac{1}{v-u}\Big|_0^u=bt\Big|_0^t \qquad \frac{1}{v-u}-\frac{1}{v}=bt \qquad \frac{v-(v-u)}{v(v-u)}=bt$$

$$\frac{u}{v(v-u)}=bt \qquad \frac{u}{v-u}=vbt \qquad \frac{u}{(v-u)+u}=\frac{vbt}{1+vbt} \qquad \frac{u}{v}=\frac{vbt}{1+vbt}$$

$$vb=35(\text{m/s})\times\frac{(1-\cos 60)\times 999(\text{kg/m}^3)\times 0.003(\text{m}^2)}{75(\text{kg})}=0.669\ \ 1/\text{s}$$

$$\rightarrow\ \frac{u}{v}=\frac{0.669t}{1+0.669t}$$


u/v
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0
20
40
60
80
100
t(s)