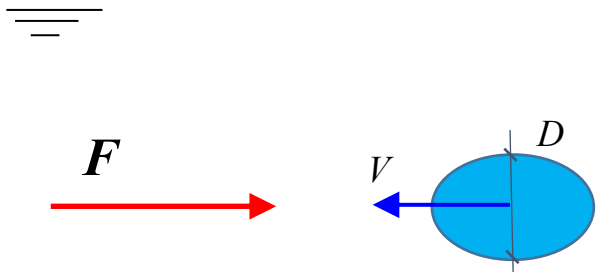
- با فرض اینکه نیروی drag وارد بر جسم واقع در سیال تابعی از جرم مخصوص، سرعت، لزجت سیال و همچنین خصوصیتی وابسته به طول جسم (D) می باشد، معادله عمومی نیروی وارده را بدست آورید.

$$F = f(\rho, \mu, D, V) = ?$$



جواب:

$$F = K_1 \rho^{a_1} \mu^{b_1} D^{c_1} V^{d_1} + K_2 \rho^{a_2} \mu^{b_2} D^{c_2} V^{d_2} + \ldots$$

با توجه به قانون همگنی ابعادی تمام جملات معادله ابعاد یکسانی دارند، لذا می توان تنها یک جمله را در نظر گرفت. اگر از سیستم F,L,T استفاده کنیم:

$$F^1 L^0 T^0 = (FT^2 L^{-4})^a (FTL^{-2})^b (L)^c (LT^{-1})^d$$

$$F^1 L^0 T^0 = (F^a T^{2a} L^{-4a})(F^b T^b L^{-2b})(L^c)(L^d T^{-d})$$

$$\rightarrow \begin{vmatrix} a+b=1 \\ 2a+b-d=0 \\ -4a-2b+c+d=0 \end{vmatrix}$$

در معادله فوق ۴ مجهول وجود دارد. اگر سه کمیت را بر مبنای کمیت چهارم (مثلا b) بدست آوریم:

$$\begin{vmatrix} a=1-b \\ d=2a+b=2(1-b)+b=2-b \\ c=4a+2b-d=4(1-b)+2b-(2-b)=2-b \end{vmatrix}$$

$$\rightarrow F = \rho^{(1-b)} \mu^b D^{2-b} V^{2-b} = \rho D^2 V^2 \left(\frac{\mu}{\rho VD}\right)^b$$

در حالی که با توجه به همگنی ابعادی توانهای a، b ، c و d را نمی توان به طور مستقل انتخاب کرد، هر مقداری (صحیح یا غیر صحیح مثلا 0.5) را می توان به جای کمیت b در رابطه فوق جایگزین کرد.

$$F = K_1 \rho D^2 V^2 \left(\frac{\mu}{\rho VD}\right)^{b_1} + K_2 \rho D^2 V^2 \left(\frac{\mu}{\rho VD}\right)^{b_2} + \ldots$$

$$\frac{F}{\rho D^2 V^2} = K_1 \left(\frac{\mu}{\rho VD}\right)^{b_1} + K_2 \left(\frac{\mu}{\rho VD}\right)^{b_2} + \ldots$$

لازم به ذکر است که در رابطه فوق توان هر گروه در جمله اول، دوم، ... متفاوت است. اگر این رابطه را به فرم زیر نمایش دهیم:

$$\frac{F}{\rho D^2 V^2} = K_1 \left(\frac{\rho VD}{\mu}\right)^{-b_1} + K_2 \left(\frac{\rho VD}{\mu}\right)^{-b_2} + \ldots$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{F}{\rho D^2 V^2} = g\left(\frac{\rho VD}{\mu}\right)}$$