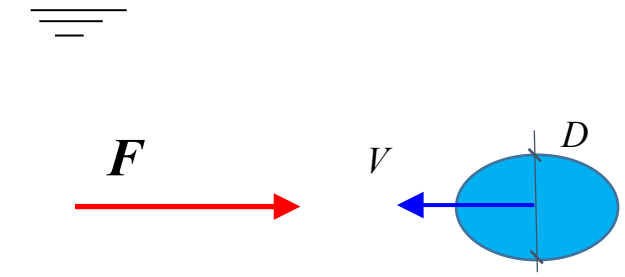
- با فرض اینکه نیروی drag وارد بر جسم واقع در سیال تابعی از جرم مخصوص، سرعت، لزجت سیال و همچنین خصوصیتی وابسته به طول جسم (D) می باشد، معادله عمومی نیروی وارده را با استفاده از تئوری π باکینگهام بدست آورید.

$$F = f(\rho, \mu, D, V) = ?$$



جواب:

$$\phi(F, \rho, \mu, D, V) = 0$$

با استفاده از ابعاد اصلی نیرو (F)، طول (L) و زمان (T) ماتریس ابعادی را تشکیل می دهیم:

	F	ρ	μ	D	V
F	1	1	1	0	0
L	0	-4	-2	1	1
T	0	2	1	0	-1

رتبه ماتریس ابعادی حاصل ۳ است زیرا می‌توان ماتریس مربعی با سه سطر و ستون جدا کرد که دترمینان آن غیر صفر باشد.

مثلا:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -1 \neq 0$$

بنابراین با توجه به ۵ کمیت موجود بر اساس تئوری π باکینگهام $n\text{-}r=5\text{-}3=2$ عدد بی بعد در این مسئله وجود دارد. اگر ρ، V و D متغیرهای تکراری در نظر گرفته شوند (توان کمیتهای غیر تکراری ۱ فرض می شوند اما هر عدد دیگری نیز می تواند انتخاب گردد):

$$\pi_1 = D^{a_1} V^{b_1} \rho^{c_1} F$$
$$= L^{a_1} (L^{b_1} T^{-b_1})(F^{c_1} L^{-4c_1} T^{2c_1}) F$$
$$\rightarrow \begin{vmatrix} a_1 + b_1 - 4c_1 = 0 \\ 2c_1 - b_1 = 0 \\ 1 + c_1 = 0 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} c_1 = -1 \\ b_1 = -2 \\ a_1 = -2 \end{vmatrix} \quad \boxed{\pi_1 = \frac{F}{\rho D^2 V^2}}$$

$$\pi_2 = D^{a_2} V^{b_2} \rho^{c_2} \mu$$
$$= L^{a_2} (L^{b_2} T^{-b_2})(F^{c_2} L^{-4c_2} T^{2c_2})(F L^{-2} T)$$
$$\rightarrow \begin{vmatrix} a_2 + b_2 - 4c_2 - 2 = 0 \\ c_2 + 1 = 0 \\ -b_2 + 2c_1 + 1 = 0 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} c_2 = -1 \\ b_2 = -1 \\ a_2 = -1 \end{vmatrix} \quad \pi_2 = \frac{\mu}{\rho V D} \quad \text{و یا} \quad \boxed{\pi_2 = \frac{\rho V D}{\mu}}$$

بنابراین:

$$f\left(\frac{F}{\rho D^2 V^2}, \frac{\rho V D}{\mu}\right) = 0 \quad \text{و یا} \quad \boxed{\frac{F}{\rho D^2 V^2} = g\left(\frac{\rho V D}{\mu}\right)}$$