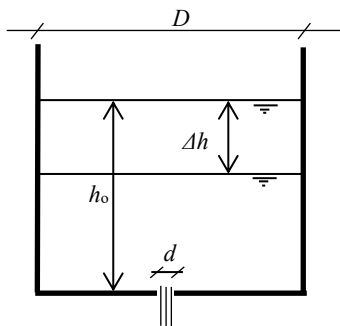




- از مخزن شکل روبرو به قطر D جت آبی با قطر d خارج می‌شود. تغییر ارتفاع تراز آب (Δh) را می‌توان تابعی از زمان (t)، چگالی سیال (ρ)، وزن مخصوص سیال (γ)، ارتفاع اولیه آب در مخزن (h_0)، قطر مخزن (D) و قطر جت خروجی (d) در نظر گرفت:

$$\Delta h = f(t, h_0, \rho, \gamma, D, d)$$

الف- در این مسئله چند گروه بی‌بعد وجود دارد؟

ب- با استفاده از آنالیز ابعادی رابطه‌ای برای کاهش ارتفاع نسبی تراز آب

($\frac{\Delta h}{d}$) بدست آورید.

(۲ نمره)

موفق باشید

سلطانپور

روابط: $g = 9.81 \left(\frac{m}{s^2} \right) = 32.18 \frac{ft}{s^2}$ $\gamma_{H_2O} = 9806 \left(\frac{N}{m^3} \right) = 62.4 \frac{lb}{ft^3}$ $P = \gamma h$ $\tau = \mu \frac{\partial V}{\partial y}$

عدد رینولدز: $\frac{\rho v L}{\mu}$ عدد اولر: $\frac{\Delta P}{\rho v^2}$ عدد ماخ: $\frac{v}{c}$ عدد فرود: $\frac{v}{\sqrt{Lg}}$ عدد وبر: $\frac{\rho L v^2}{\sigma}$

جواب:

الف- با استفاده از ابعاد اصلی جرم (M)، طول (L) و زمان (T):

	Δh	h_0	d	D	t	ρ	γ
M	0	0	0	0	0	1	1
L	1	1	1	1	0	-3	-2
T	0	0	0	0	1	0	-2

رتبه ماتریس فوق $r=3$ بوده است زیرا میتوان ماتریس مربعی با سه سطر و ستون جدا کرد که دترمینان آن غیر صفر باشد.
مثلاً:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & -2 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & -2 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix} = (0-2+0) - (-3+0+0) = 1$$

پس $n-r=7-3=4$ عدد بی بعد وجود دارد. اگر d ، ρ و t متغیرهای تکراری در نظر گرفته شوند (در مجموعه کمیت‌های تکراری هر سه بعد وجود دارد و این کمیت‌ها با هم یک عدد بی بعد تشکیل نمی‌دهند):

$$\pi_1 = \gamma t^{a_1} d^{b_1} \rho^{c_1} = M L^{-2} T^{-2} (T)^{a_1} (L)^{b_1} (M L^{-3})^{c_1} = M^{(1+c_1)} L^{(-2+b_1-3c_1)} T^{(-2+a_1)}$$

$$\begin{cases} 1+c_1=0 \\ -2+b_1-3c_1=0 \\ -2+a_1=0 \end{cases} \quad \begin{cases} c_1=-1 \\ b_1=-1 \\ a_1=2 \end{cases} \quad \pi_1 = \gamma t^2 / \rho d$$

$$\pi_2 = \Delta h t^{a_2} d^{b_2} \rho^{c_2} = L (T)^{a_2} (L)^{b_2} (M L^{-3})^{c_2} = M^{c_2} L^{(1+b_2-3c_2)} T^{a_2}$$

$$\begin{cases} c_2=0 \\ 1+b_2-3c_2=0 \\ a_2=0 \end{cases} \quad \begin{cases} c_2=0 \\ b_2=-1 \\ a_2=0 \end{cases} \quad \pi_2 = \Delta h / d$$

$$\pi_3 = h_0 t^{a_3} d^{b_3} \rho^{c_3} = L (T)^{a_3} (L)^{b_3} (M L^{-3})^{c_3} = M^{c_3} L^{(1+b_3-3c_3)} T^{a_3}$$

$$\begin{cases} c_3=0 \\ 1+b_3-3c_3=0 \\ a_3=0 \end{cases} \quad \begin{cases} c_3=0 \\ b_3=-1 \\ a_3=0 \end{cases} \quad \pi_3 = h_0 / d$$

$$\pi_4 = D t^{a_4} d^{b_4} \rho^{c_4} = L (T)^{a_4} (L)^{b_4} (M L^{-3})^{c_4} = M^{c_4} L^{(1+b_4-3c_4)} T^{a_4}$$

$$\begin{cases} c_4=0 \\ 1+b_4-3c_4=0 \\ a_4=0 \end{cases} \quad \begin{cases} c_4=0 \\ b_4=-1 \\ a_4=0 \end{cases} \quad \pi_3 = D / d$$

$$\rightarrow \boxed{\Delta h / d = g(\gamma t^2 / \rho d, D / d, h_0 / d)} \quad \text{یا} \quad \boxed{\Delta h / d = g(\gamma t^2 / \rho D, d / D, h_0 / D)}$$