

ارائه الگوریتم جدیدی برای مدل سازی و شبیه سازی عدم تعادل ولتاژ در سیستم های توزیع بر اساس توابع احتمال کاپیولا و تبدیل موجک

حامد ولی زاده حقی و محمد توکلی بینا
دانشکده برق، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
تهران، ایران

واژه های کلیدی: اندازه گیری، شبیه سازی Monte Carlo، عدم تعادل ولتاژ،
مدل سازی آماری، تبدیل موجک، توابع کاپیولا

چکیده

در این مقاله، روش جدیدی برای مدل سازی و شبیه سازی عدم تعادل ولتاژ و تغییرات آن ارائه شده که تلفیقی از روش های تحلیلی جبری و احتمالاتی می باشد. در الگوریتم معرفی شده از تحلیل موجک و پخش بار برای پیش بینی تغییرات یقینی و از توابع توزیع کاپیولا (Copula) بر پایه روش Monte Carlo برای پیش بینی تغییرات تصادفی عدم تعادل ولتاژ استفاده شده است. این روش بر اساس داده های اندازه گیری شده از یک پست توزیع ۷-۴۰۰kV-۲۰ در شهر تهران توسعه یافته و کارایی آن اثبات شده است. مقایسه نتایج بدست آمده از این الگوریتم جدید و داده های اندازه گیری شده، تطابق مناسبی را نشان می دهد.

۱- مقدمه

ولتاژهای تولید شده در سیستم های قدرت سه فاز، سینوسی و دارای دامنه یکسان هستند که نسبت به هم ۱۲۰ درجه اختلاف دارند. با این حال، ولتاژهای منتجه در سیستم توزیع

و نقاط انتهایی مصرف به دلایل مختلف دارای عدم تعادل می باشند. عدم تعادل ولتاژ به یکی از حالت های دامنه های نامساوی ولتاژ در فرکانس اصلی (اضافه ولتاژ و کمبود ولتاژ)، انحراف زاویه فاز در فرکانس اصلی و سطوح اعوجاج هارمونیک نامساوی بین فازها اطلاق می شود. توزیع غیر-یکنواخت بارهای تک فاز، عامل اصلی عدم تعادل ولتاژ است که دارای تغییرات زیادی نیز می باشد. این مشکل به خصوص در سیستم قدرت نواحی روستایی با خطوط توزیع بلند و در سیستم های قدرت گسترده شهری با تقاضای سنگین برای بار تک فاز (مثل بارهای روشنایی و تجاری) دیده می شود [۱] و [۲]. از طرف دیگر، استفاده از حمل و نقل ریلی تک فاز بدون طراحی و جبران سازی مناسب می تواند نامتعادلی شدیدی در سیستم های تغذیه سه فاز ایجاد کند [۳ و ۴]. از عوامل دیگر می توان امپدانس های نامتقارن سیم پیچی ترانسفورماتورها، بانک های ترانسفورماتور مثلث و ستاره باز، امپدانس های نا-متقارن خطوط انتقال و توزیع (ناشی از جایگشت ناقص) و فیوزهای سوخته بانک های خازنی سه فاز را نام برد [۱، ۵ و

بیست و سومین کنفرانس بین المللی برق

در واقع، حذف کامل عدم تعادل و اثرات منفی آن، به دلایل مختلفی از جمله موارد زیر غیرممکن است:

- بارهای تک فاز دائماً به سیستم قدرت وصل و از آن قطع می شوند؛
- توزیع بارهای تک فاز بین سه فاز سیستم قدرت یکنواخت نیست؛
- سیستم های قدرت همواره دارای مقداری عدم تعادل داخلی می باشند؛
- عدم تعادل ولتاژ در سیستم های قدرت، تصادفی بوده و روش های موجود برای بهتر کردن مشکلات ناشی از عدم تعادل، فقط روی مقادیر میانگین کمیت ها قابل پیاده سازی هستند.

بنابراین، سیستم های توزیع همواره دارای مقداری عدم تعادل هستند که ارزیابی دقیق و واقعی مشکلات ناشی از آن (از جمله میزان تزریق هارمونیک های غیرمشخصه) ضروری خواهد بود.

۲- مرور تحقیقات مرتبط با الگوریتم ارائه شده

همان گونه که قبلاً اشاره شد، عدم تعادل ولتاژ دارای ترکیبی از تغییرات یقینی و تصادفی است. بنابراین برای ارزیابی عدم تعادل ولتاژ و به ویژه اثرات مهم آن روی مبدل ها، باید جوانب احتمالاتی آن را در کنار تحلیل جبری در نظر گرفت. با وجود اینکه مدل های یقینی نسبتاً زیادی برای ارزیابی اثرات عدم تعادل ولتاژ معرفی شده است، مقالات محدودی به جنبه تصادفی (و واقعی) آن پرداخته اند [۱۴-۱۰].

در [۱۰] مدلی برای توزیع احتمالاتی VUF به صورت تحلیلی معرفی شده است. با این حال، در این مدل از توابع بسل تغییر یافته^۱ استفاده می شود که از نظر محاسباتی و فرمول بندی پیچیده هستند. علاوه بر این، یکی از مفروضات مدل ارائه شده، اختلاف فاز ۱۲۰ درجه ای بین ولتاژهای فاز است که محدودیتی را نسبت به حالت واقعی اعمال می کند.

[۶]. حتی ممکن است عدم تعادل ولتاژ در تاسیسات تجاری و صنعتی ناشی از عدم تعادل ولتاژهای ورودی نبوده و توزیع غیریکنواخت بارهای تک فاز خودی و یا تجهیزات نامناسب باعث نامتعادلی شوند. امیدانس موتور مثالی از تجهیزات نامتعادل است که به تدریج به دلیل گرم شدن غیریکنواخت استاتور بدتر می شود. همچنین، عدم تعادل موتور می تواند ناشی از تعداد دورهای نامساوی سیم پیچی در فرآیند ساخت، روتور معیوب، استاتور نامتقارن باشد. نامتقارنی و عدم تعادل موتورها به علت تعمیر نیز رخ می دهد [۱].

متعادل نمودن و جبران سازی عدم تعادل موجود، با توجه به تغییرات وابسته به زمان و دائمی برخی از بارهای بزرگ مانند کوره های القایی، بسیار سخت است. به علاوه، زمانی که از تکنیک های صرفه جویی انرژی مانند درایوهای ASD استفاده شود، میزان عدم تعادل نیز همانند تقاضای بار مصرف کننده متغیر خواهد بود و در مجموعه های بزرگ و پراکنده، جبران سازی آن با مشکلات زیادی مواجه خواهد بود [۷]. از طرف دیگر، ASDها به عنوان بارهای غیرخطی، اعوجاج هارمونیک ایجاد می کنند که در تقابل با سایر منابع غیرخطی تولید کننده هارمونیک (مخصوصاً بارهای تک فاز مثل رایانه ها)، موجب ایجاد عدم تعادل هارمونیک های فازهای مختلف می شود. با توجه همه این عوامل، جبران سازی کامل عدم تعادل ناممکن بوده و سیستم توزیع همیشه دارای مقدار معینی عدم تعادل می باشد.

اثرات عدم تعادل ولتاژ روی ادوات FACTS نیز به طور مشابه با مبدل های ASD، شامل افزایش نوسان ولتاژ لینک DC و تولید هارمونیک های غیرمشخصه است. این مشکلات در برخی از کاربردها مانند استفاده از تکنیک کلیدزنی OPWM اهمیت بیشتری می یابد [۸]. بررسی تحلیلی اثرات عدم تعادل ولتاژ روی عملکرد STATCOM در مرجع [۹] ارائه شده است که نشان دهنده ایجاد توان اکتیو نوسانی متقابل بین طرف DC و طرف AC است. در نتیجه، ولتاژها و جریان های خروجی STATCOM آلوده به هارمونیک های غیرمشخصه مرتبه پایین خواهند بود که به شبکه تزریق می شوند.

لازم به ذکر است تکنیک های بسیار زیاد معرفی شده برای حذف عدم تعادل ولتاژ و اثرات آن، تا حدودی کارا هستند.

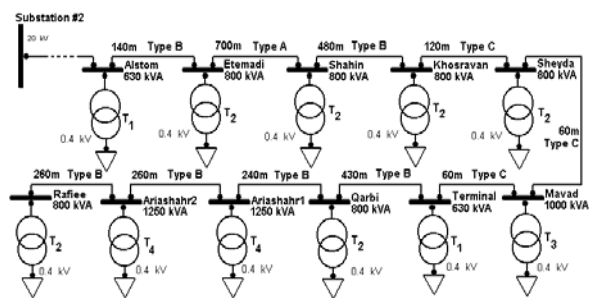
بیست و سومین کنفرانس بین المللی برق

سپس از سری های اعداد بدست آمده، توسط انجام پخش توان در PCC، مقادیر VUF تصادفی محاسبه می شود. روش دیگری نیز توسط [۱۳] ارائه شده که از توزیع گوسی سه متغیره استفاده می کند. روش های مذکور برای شبیه سازی عدم تعادل ولتاژ دقت کمی دارند ولی دارای قابلیت بالقوه ای برای مدل سازی رفتار نامتعادلی ولتاژ هستند. نقاط ضعف اصلی این روش ها ناشی از به کارگیری توزیع های گوسی بدون توجه به ساختار احتمالاتی واقعی توان های راکتیو و اکتیو است. در واقع، توزیع های گوسی چندمتغیره بدون توجه به ساختار وابستگی و همبستگی^۱ داده های واقعی استفاده شده اند. ایراد دوم این روش ها، استفاده از فیلتر پایین گذر برای دست یابی به مؤلفه یقینی توان ها است. این امر باعث می شود که مؤلفه احتمالاتی حذف شده (که با توزیع گوسی جایگزین خواهد شد) حاوی اطلاعات یقینی نیز باشد و حذف آن دقت پیش بینی را کاهش دهد. الگوریتم ارائه شده در این مقاله مشکلات مذکور را برطرف می کند تا پیش بینی دقیق تری از تغییرات نامتعادلی ولتاژ بدست آید.

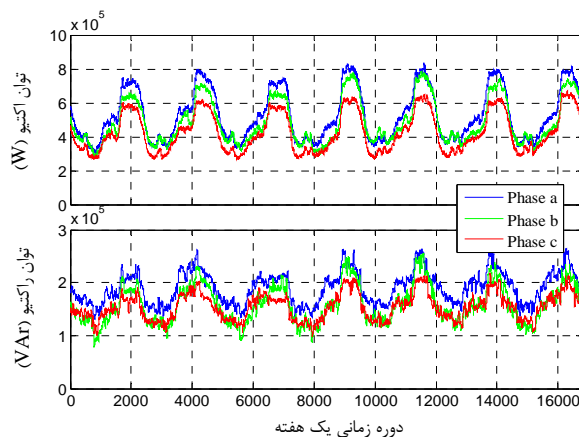
در بخش بعد، به معرفی مشخصات پست توزیع مورد ارجاع پرداخته می شود. در بخش چهارم، الگوریتم پیشنهادی معرفی می گردد. سپس، مشخصات الگوریتم در قالب داده های واقعی بررسی می شود. در بخش پنجم، درصد عدم تعادل ولتاژ پست توزیع مورد نظر به واسطه پیاده سازی تکنیک ارائه شده، پیش بینی و با داده های واقعی مقایسه می شود.

۳- معرفی مشخصات سیستم مورد مطالعه

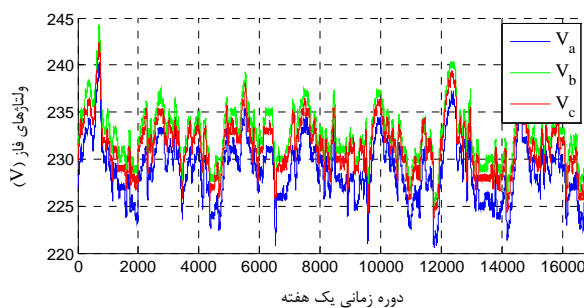
به منظور مطالعه عدم تعادل ولتاژ و مدل سازی آن از داده های پست توزیع مواد در شبکه توزیع شمال شرق شهر تهران استفاده شده است. داده های اندازه گیری شده مربوط به دوره یک هفته ای در شهریور ۱۳۸۱ است. دیاگرام تک خطی سیستم توزیع محلی در شکل ۱ نشان داده شده است که در آن ترانسفورماتور T3 (20 kV/400 V, 1 MVA) متناظر با پست توزیع مورد نظر است.



شکل ۱: دیاگرام تک خطی شبکه توزیع مورد مطالعه



شکل ۲: توان های اکتیو و راکتیو طرف ۴۰۰ ولت پست توزیع مورد نظر طی مدت یک هفته



شکل ۳: ولتاژهای فاز ترانسفورماتور T3 طی مدت یک هفته

روش Monte Carlo که به عنوان ابزاری قدرتمند در حل مسائل سیستم قدرت استفاده می شود [۱۱]. گروه دیگر مقالات [۱۴] و [۱۲]، از این روش مستقیماً برای شبیه سازی عدم تعادل ولتاژ استفاده کرده اند. استراتژی اصلی این گروه از مقالات، استفاده از شبیه سازی Monte Carlo برای تولید سری اعداد تصادفی گوسی به عنوان توان های اکتیو و راکتیو است.

بیست و سومین کنفرانس بین‌المللی برق

(۴)

$$W\left(Q_i^k; \begin{matrix} k=1, \dots, T \\ i=a, b \text{ or } c \end{matrix}\right) = \left\{ \begin{matrix} \bar{Q}_i^k, q_{i,j}^k; & \begin{matrix} k=1, \dots, T \\ i=a, b \text{ or } c \\ j=1, \dots, L \end{matrix} \end{matrix} \right\}$$

که در آن، $W(\cdot)$ نشان‌دهنده تبدیل موجک است.

همچنین، \bar{P}_i^k و \bar{Q}_i^k سری تقریب^۲ حاصل از تبدیل موجک است که به عنوان اجزای یقینی توان‌های اکتیو و راکتیو سه فاز انتخاب می‌شوند. عبارت‌های $p_{i,j}^k$ و $q_{i,j}^k$ نیز به ترتیب سری جزئیات^۳ مربوط به توان اکتیو و راکتیو حاصل از تبدیل موجک است. لازم به ذکر است که تحلیل معرفی شده، به طور مجزا برای روزهای کاری، پنج‌شنبه و جمعه (تعطیلی آخر هفته) انجام می‌شود؛ در واقع مشابه با پیش‌بینی بار، بین مشخصات منحنی‌های توان در روزهای کاری و غیرکاری تفاوت قائل می‌شویم تا از خطاهای بزرگ اجتناب شود.

تبدیل موجک استفاده شده در پیوست (الف) توضیح داده شده است.

مرحله ۲) اجزای یقینی توان‌های اکتیو و راکتیو که با سری تقریب تبدیل موجک معادل می‌شوند، با استفاده از منحنی بار متوسط روزانه^۴ قابل پیش‌بینی هستند.

مرحله ۳) اجزای احتمالاتی توان‌های اکتیو و راکتیو که با سری جزئیات تبدیل موجک معادل می‌شوند، با استفاده از Copula مدل‌سازی می‌شوند؛ به نحوی که شش بردار تصادفی همبسته متناظر با توان‌های اکتیو و راکتیو سه فاز توسط تکرار Monte Carlo تولید می‌شود. توابع Copula و شبیه‌سازی Monte Carlo و روش استفاده از آن‌ها در پیوست (ب) بسط داده شده است.

توان‌های اکتیو و راکتیو سه‌فاز ثبت شده در این پست، در شکل ۲ برای دوره یک هفته‌ای نشان داده شده است. همچنین، ولتاژهای فاز ترانسفورماتور پست در طرف ۴۰۰V در شکل ۳ نمایش داده شده است.

۴- مدل‌سازی و شبیه‌سازی نامتعادلی ولتاژ

در این بخش، ابتدا به معرفی مراحل الگوریتم پیشنهادی می‌پردازیم؛ سپس مشخصه‌ها و توانایی‌های آن بر اساس داده‌های اندازه‌گیری شده بررسی می‌گردد.

۴-۱- معرفی الگوریتم

فرآیند پیشنهادی برای پیش‌بینی عدم تعادل ولتاژ به ترتیب زیر است:

مرحله ۱) توان‌های اکتیو و راکتیو موجود به دو جزء یقینی و احتمالاتی تقسیم می‌شوند. این کار توسط تبدیل موجک انجام می‌شود که مزایا و دلایل انتخاب آن توضیح داده خواهد شد. اگر سری توان‌های اکتیو و راکتیو سه‌فاز را به صورت زیر نشان دهیم:

$$P_i^k; \begin{matrix} k=1, \dots, T \\ i=a, b \text{ or } c \end{matrix} \quad (۱)$$

$$Q_i^k; \begin{matrix} k=1, \dots, T \\ i=a, b \text{ or } c \end{matrix} \quad (۲)$$

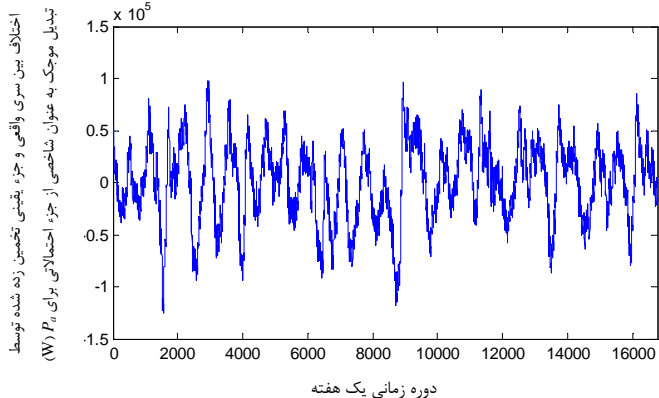
که در آن، T بازه زمانی نمونه‌گیری را نشان می‌دهد و برابر تعداد نقاطی است که دستگاه اندازه‌گیری در پریود زمانی مشخص داده‌ها را ثبت نموده است. همچنین، a ، b و c سه فاز سیستم هستند. با اعمال تبدیل موجک (نوع چیشف^۱ db5 تا سطح L) خواهیم داشت:

(۳)

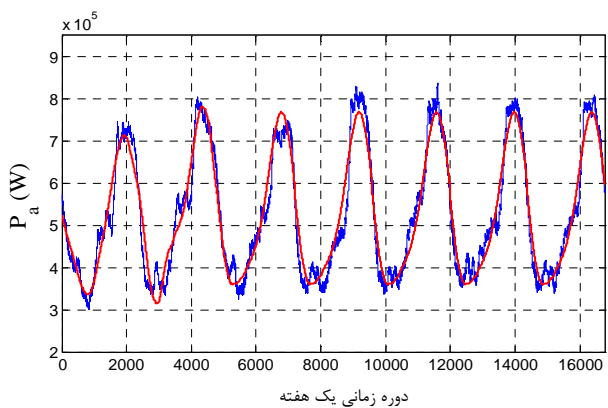
$$W\left(P_i^k; \begin{matrix} k=1, \dots, T \\ i=a, b \text{ or } c \end{matrix}\right) = \left\{ \begin{matrix} \bar{P}_i^k, p_{i,j}^k; & \begin{matrix} k=1, \dots, T \\ i=a, b \text{ or } c \\ j=1, \dots, L \end{matrix} \end{matrix} \right\}$$

بیست و سومین کنفرانس بین المللی برق

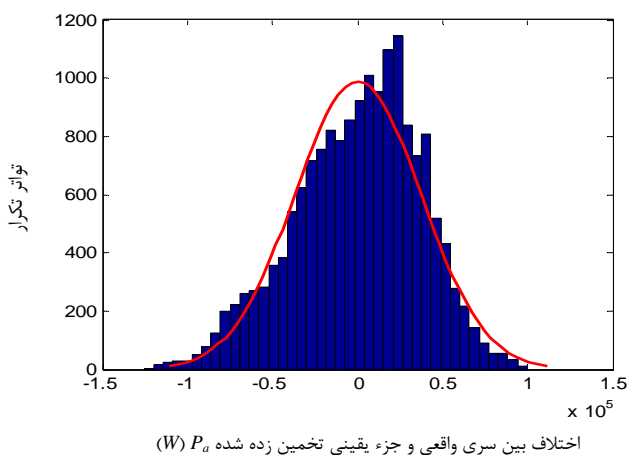
دارد. در شکل ۴ از تابع موجک چبیشف تا سطح ۵ ($L = 5$) استفاده شده است.



(الف)



(ب)



اختلاف بین سری واقعی و جزء یقینی تخمین زده شده $P_a(W)$

(ج)

شکل ۴: اعمال تبدیل موجک به سری زمانی داده های توان اکتیو؛ (الف) داده های اندازه گیری شده در طول یک هفته واقعی (منحنی آبی رنگ) و سری تقریب آن (منحنی قرمز رنگ)، و (ب) اختلاف بین داده های سری تقریب و واقعی

مرحله ۴ توان های اکتیو و راکتیو (که در مراحل قبل مدل سازی شده اند)، توسط تبدیل موجک معکوس به صورت بردارهای سری زمانی بازسازی می شوند:

$$W^{-1} \left\{ \begin{matrix} \bar{P}_i^{k,est}, p_{i,j}^{k,est}; \\ i = a, b \text{ or } c \\ j = 1, \dots, L \end{matrix} \right\} = P_i^{k,est} \quad (5)$$

$$W^{-1} \left\{ \begin{matrix} \bar{Q}_i^{k,est}, q_{i,j}^{k,est}; \\ i = a, b \text{ or } c \\ j = 1, \dots, L \end{matrix} \right\} = Q_i^{k,est} \quad (6)$$

که در آن، $\bar{P}_i^{k,est}$ و $\bar{Q}_i^{k,est}$ مقادیر تخمین زده شده برای اجزای یقینی و احتمالاتی توان های اکتیو و راکتیو طی مراحل قبل است. نتیجه حاصل از عکس تبدیل موجک، بردارهای مدل سازی شده $P_i^{k,est}$ و $Q_i^{k,est}$ می باشد.

مرحله ۵ در این مرحله، از توان های $P_i^{k,est}$ و $Q_i^{k,est}$ برای پیش بینی ولتاژهای سه فاز توسط برنامه پخش بار سه فاز استفاده می شود.

در نهایت، ضریب عدم تعادل (VUF) این ولتاژها بر اساس استاندارد IEC محاسبه می شود.

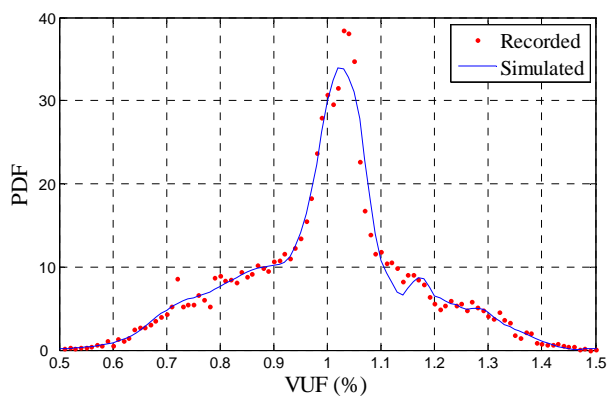
۴-۲- مشخصات الگوریتم

مراحل فوق، مدل سازی و پیش بینی عدم تعادل ولتاژ را به علاوه ارائه درک واقعی از آن در PCC فراهم می کند. همچنین، الگوریتم ارائه شده مشکلات روش های دیگر را نداشته و بر اساس داده های سیستم و کمیت های مورد نیاز، پیش بینی لازم را ارائه می دهد. این استراتژی به ویژه برای مطالعات تعیین سطوح مجاز هارمونیک و عدم تعادل کاملاً مناسب خواهد بود و سازگار با تحلیل های آماری است.

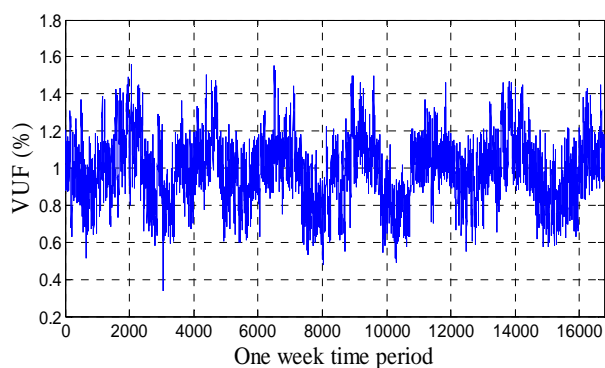
دلیل اصلی استفاده از تبدیل موجک، ویژگی فیلتر کردن مناسب آن است. با استفاده از این تبدیل، جزء یقینی (معادل سری تقریب تبدیل موجک) بدست آمده به عنوان یک سری زمانی، دارای میانگین و انحراف معیار پایدار خواهد بود. این امر در شکل الف-۴ نشان داده شده است. به علاوه، مطابق شکل های ب-۴ و ج-۴، اگر مؤلفه یقینی توان را از حاصل تبدیل موجک حذف کنیم، سری باقی مانده (به عنوان شاخصی از رفتار مؤلفه تصادفی توان) رفتار نزدیک به توزیع گوسی

بیست و سومین کنفرانس بین‌المللی برق

خوانی دارند. بنابراین می‌توان اظهار داشت که روش مدل‌سازی معرفی شده برای تخمین تغییرات عدم تعادل ولتاژ در PCC نتایج دقیقی را بدست می‌دهد.



(الف)



(ب)

شکل ۵: الف) تغییرات زمانی VUF% طی دوره یک هفته‌ای در طرف فشار ضعیف ترانسفورماتور T3 که توسط الگوریتم ارائه شده بدست آمده است، و ب) مقایسه PDFهای VUF% بدست آمده از الگوریتم ارائه شده (خط پر) و داده‌های اندازه‌گیری شده (نقطه چین).

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک روش جدید بر پایه تحلیل‌های یقینی تبدیل موجک و پخش بار به همراه تحلیل‌های احتمالاتی توابع Copula و شبیه‌سازی Monte Carlo برای مدل‌سازی و پیش‌بینی تغییرات ولتاژهای سه فاز و درصد عدم تعادل ولتاژ (VUF) معرفی شد. این الگوریتم مبتنی بر جداسازی مؤلفه‌های یقینی و تصادفی توان‌های اکتیو و راکتیو سه‌فاز است که

علاوه بر این، الگوریتم معرفی شده از تابع Copula در کنار شبیه‌سازی Monte Carlo برای مدل‌سازی دقیق‌تر و واقعی‌تر ساختار همبستگی مؤلفه‌های احتمالاتی توان‌های اکتیو و راکتیو سه فاز (به عنوان شش بردار تصادفی) استفاده می‌کند. لازم به ذکر است که در سیستم‌های توزیع واقعی، توان‌های اکتیو و راکتیو ویژگی‌های همبستگی ملایمی از خود نشان می‌دهند که مدل‌سازی آن با استفاده از توابع Copula (که اولین بار در این مقاله ارائه می‌شود)، می‌تواند ساختار وابسته آن‌ها را بر پایه اطلاعات واقعی تخمین بزند. تخمین Copula و توزیع‌های حاشیه‌ای^۱ آن بر اساس داده‌های اندازه‌گیری شده انجام می‌شود. سپس از تابع تخمین زده شده برای تولید سری‌های زمانی مورد نظر به واسطه شبیه‌سازی Monte Carlo استفاده می‌شود. توضیح کامل‌تر این توابع، مزایا و قابلیت‌های آن‌ها را می‌توان در پیوست (ب) و مراجع [۱۹-۱۵] یافت.

۵- پیاده‌سازی و معتبرسازی

الگوریتم معرفی شده در بخش قبل با استفاده از داده‌های مربوط به پست توزیع معرفی شده در بخش ۳، پیاده‌سازی شده است. نتایج شبیه‌سازی در شکل ۵ و اعتبار آن در مقایسه با داده‌های واقعی، در شکل ۶ نشان داده شده است. درصد عدم تعادل ولتاژ (VUF%) در پست توزیع مورد مطالعه (مواد) در نرم افزار MATLAB طبق روند معرفی شده، محاسبه شده است. نتایج شبیه‌سازی برای طرف فشار ضعیف ترانسفورماتور T3 در شکل الف-۵ برای بازه زمانی یک هفته نشان داده شده است. تغییرات VUF% با توجه به این نتایج در بازه [۰/۳۸٪، ۱/۵۸٪] قرار دارد. برای اطمینان از معتبر بودن این نتیجه و الگوریتم معرفی شده، توزیع احتمالاتی VUF% از نتایج مدل‌سازی عدم تعادل ولتاژ و داده‌های اندازه‌گیری شده در شکل ب-۵ نشان داده شده است. با توجه به این شکل، داده‌های واقعی (که با نقطه چین رسم شده است)، در مقایسه با داده‌های الگوریتم معرفی شده کاملاً هم-

1. Marginal distributions

بیست و سومین کنفرانس بین المللی برق

$$p_{mn}^W = 2^{-\frac{m}{2}} \sum_{t=0}^{T-1} p_t w \left(\frac{t - n \cdot 2^m}{2^m} \right) \quad (7)$$

$$= 2^{-\frac{m}{2}} \sum_{t=0}^{T-1} p_t w_{mn}(t)$$

که در آن $w(\cdot)$ تابع موجک انتخاب شده، p_t مقدار درایه t ام سری داده ها، T طول سری و p_{mn}^W ضریب تجزیه متناظر با مکان n و سطح تفکیک m است. لازم به ذکر است که اگر تعداد داده ها (T) بر 2^m قابل قسمت باشد، تعداد ضرایب در هر سطح تفکیک برابر $T/2^m$ خواهد بود. در برخی موارد، برای تسریع محاسبات، عبارت ۱-ج را به فرم امتزاج (کانولوشن) در نظر گرفته و از FFT برای محاسبه آن استفاده می کنند.

برای بالا بردن کارایی انتخاب تابع موجک، استفاده از چند سطح تفکیک پیشنهاد می شود که بر اساس استفاده از موجک پدر^۳ و موجک مادر^۴ به صورت مکمل هم بنا نهاده می شود. موجک پدر برای استخراج مؤلفه های فرکانس پایین سری داده ها و موجک مادر برای استخراج مؤلفه های فرکانس بالا استفاده می شود. به علاوه، بهتر است که از تابع موجک متعامد^۵ به دلیل ویژگی های مناسب ریاضی آن ها استفاده شود. تعاریف «سری تقریب»، A_m ($m=1, \dots, M$) و «سری جزئیات»، D_m ($m=1, \dots, M$) به صورت زیر قابل بیان است:

$$A_m = \sum_n p_{mn}^\Phi \varphi_{mn}(t); \quad m=1, \dots, M \quad (8)$$

$$D_m = \sum_n p_{mn}^\Psi \psi_{mn}(t); \quad m=1, \dots, M \quad (9)$$

که در آن $\varphi_{mn}(t)$ و $\psi_{mn}(t)$ توابع موجک پدر و مادر بوده و p_{mn}^Φ و p_{mn}^Ψ ضرایب بدست آمده از رابطه ۱-ج هستند. لازم به ذکر است که A_m ($m=1, \dots, M$) و D_m ($m=1, \dots, M$) به شکل سری هستند؛ یعنی داریم $D_m = \{D_{m1}, \dots, D_{mT}\}$ و $A_m = \{A_{m1}, \dots, A_{mT}\}$ بدین ترتیب، سری زمانی اصلی ($h=1, \dots, T$) به p_h به صورت زیر قابل بازسازی است:

مؤلفه یقینی توسط پیش بینی بار و ساختار همبستگی مؤلفه تصادفی توسط توابع توزیع Copula و شبیه سازی Monte Carlo مدل سازی می شود. توسط این استراتژی می توان خصوصیات احتمالاتی توان ها را به همراه تغییرات زمانی آن ها در نظر گرفت و به واسطه آن VUF واقعی را پیش بینی نمود. همچنین در مطالعه موردی ارائه شده، از داده های مربوط به یک پست توزیع ۲۰kV/۴۰۰V در شهر تهران برای پیاده سازی و معتبر سازی الگوریتم استفاده شده است. مقایسه بین PDF داده های واقعی اندازه گیری شده و نتایج شبیه سازی، اعتبار مدل را تایید می کند.

پیوست الف - تبدیل موجک

در این پیوست، اساس تبدیل موجک به اختصار توضیح داده می شود. اصول عملکرد این تبدیل به صورت زیر است:

- ۱) در مرحله اول، تابع موجک انتخاب می شود.
- ۲) ضرایب تجزیه تبدیل با اعمال تابع موجک روی سری داده های مورد نظر بدست می آید که شاخصی از میزان تشابه سری با تابع موجک است.
- ۳) مکان تابع موجک در طول سری داده ها تغییر داده می شود. سپس مراحل ۱ و ۲ تکرار می شود تا زمانی که کل شکل موج تحلیل شود.
- ۴) مقیاس تابع موجک تغییر داده می شود. سپس مراحل ۱ تا ۳ تکرار می شود. بدین طریق، مجموعه جدیدی از ضرایب تبدیل برای سطوح تفکیک^۱ پایین تر حاصل می گردد.
- ۵) مرحله ۴ برای تمامی سطوح تفکیک مورد نیاز تکرار می شود.

فرایند تبدیل موجک برای تعداد محدودی از مکان ها و سطوح تفکیک انجام می شود که تبدیل موجک گسسته^۲ نام دارد. با استفاده از این تکنیک، ضرایب تجزیه تبدیل موجک داده ها با رابطه زیر بدست می آید:

بیست و سومین کنفرانس بین المللی برق

پیوست نمی گنجد. در این پیوست، کاربرد Copula برای تولید سری های تصادفی همبسته و استفاده از شبیه سازی Monte Carlo، آن گونه که در این مقاله استفاده شده است، به اختصار توضیح داده می شود.

ب-1- تعاریف و کاربرد Copula در شبیه سازی Monte Carlo شبیه سازی، یکی از روش های بسیار مفید برای درک و باز-نمایی ساختار وابستگی توزیع های چندمتغیره است. طبق [۱۵]، «یکی از کاربردهای اساسی Copula در شبیه سازی Monte Carlo است.» در این بخش، تعریف مختصری از Copula ارائه شده و سپس کاربرد آن برای تولید بردارهای تصادفی همبسته معرفی می شود.

توصیف غیرریاضی از Copula را می توان به شکل های «توابعی که توابع توزیع چندمتغیره را به توابع توزیع حاشیه ای یک بعدی همان توابع پیوند می دهند» یا «توابع توزیعی که حاشیه های یک بعدی آن ها دارای توزیع یکنواخت است» بیان نمود. البته، هیچ کدام از این ها تعریف نبوده و برای بحث دقیق تر باید تعریف ریاضی Copula مطرح شود. تعریف زیر در مرجع [۱۵] ارائه شده است.

تعریف: Copula تابع C از D متغیر روی مجموعه واحد $[0, 1]^D$ است^۲ که دارای مشخصات زیر می باشد:

۱- محدوده C بازه واحد $[0, 1]$ است

۲- $0 = C(\mathbf{u})$ برای همه

$\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_D) \in [0, 1]^D$ هایی که حداقل یکی از مختصات آن صفر است

۳- $C(\mathbf{u}) = u_d$ اگر همه مختصات \mathbf{u} به غیر از مختصات D ام برابر یک باشد

۴- تابع C نسبت به D صعودی است اگر برای هر $\mathbf{a} \leq \mathbf{b}$ در $[0, 1]^D$ ، اندازه ΔC_a^b غیرمنفی باشد؛

$$p_h = D_1 + \dots + D_M + A_M \quad (10)$$

که به عنوان تجزیه با چند سطح تفکیک شناخته می شود. در پایان ذکر چند نکته مناسب به نظر می رسد. اول اینکه، تابع موجک چبیشف بیشترین کاربرد را دارد. در خانواده توابع موجک چبیشف با افزایش مرتبه تابع، میزان صافی منحنی نیز افزایش می یابد؛ به طور همزمان، بازه بُرد موثر تابع نیز بزرگ تر می شود که ممکن است دقت پیش بینی را پایین بیاورد. بنابراین، برای مقاصد پیش بینی، استفاده از توابع چبیشف مرتبه پایین توصیه می شود. دوم اینکه، طول بازه انتخاب شده از سری داده ها برای اعمال تبدیل موجک باید طوری انتخاب شود که داده های با رفتار مشابه را شامل شود. این امر باعث جلوگیری از تخمین های غیردقیق و موضعی می شود. در نهایت، لازم به ذکر است که ابزارهای عددی مربوط به الگوریتم های فوق در نرم افزار MATLAB [۱۹] موجود می باشد. این امر یکی از دلایل انتخاب این نرم افزار برای پیاده سازی مدل های ارائه شده در این مقاله است.

پیوست ب- توابع Copula و شبیه سازی Monte Carlo

روش های موجود برای تخمین زدن توزیع های احتمال چند-متغیره یا توام^۱ مربوط به فرایندهای غیرخطی، معمولاً شامل روش های سهل انگارانه (مثل استفاده از قضیه حد مرکزی برای سیستم های کوچک) یا روش های مبتنی بر شبیه سازی های سنگین است. روش های نوع اول دارای محاسبات ساده هستند ولی دقت آن ها پایین است. برعکس، روش های مبتنی بر شبیه سازی، دارای دقت بالا هستند که در قبال انجام محاسبات زیاد بدست می آید. در این میان، استفاده از Copula، می تواند مصالحه مناسبی را برای تخمین و مدل سازی آماری ایجاد کند. اگرچه تئوری Copula اساساً پیچیده است، پیاده سازی عملی آن، به ویژه با استفاده از برنامه هایی مثل MATLAB، نسبتاً سراسر است می باشد. استفاده از توابع Copula جزو مفاهیم کاملاً مدرن و جدید محسوب می شود. توصیف و بحث کامل در این مورد در حد یک کتاب حجیم بوده [۱۵] و در این

$$\underbrace{[0, 1] \times \dots \times [0, 1]}_D$$

2. Unit D-cube;

1. Joint distributions

بیست و سومین کنفرانس بین المللی برق

ب-3- تولید بردارهای تصادفی با استفاده از Copula برای

شبیه سازی Monte Carlo

متغیرهای تصادفی یک متغیره را می توان با روش مشهور معکوس تابع توزیع [۱۱] بدست آورد. به طور مشابه، متغیرهای تصادفی چندمتغیره با استفاده از Copula طی دستورالعمل زیر تولید می شوند:

۱- اعداد تصادفی وابسته $u_1^{gen}, \dots, u_D^{gen}$ را با استفاده از Copula تولید کنید. این کار به راحتی با روش های معمول [۱۵] قابل انجام است.

۲- اعداد تولید شده را به توزیع حاشیه ای دلخواه تبدیل کنید، یعنی

$$z_d^{gen} = F_d^{-1}(u_d^{gen}), \quad d = 1, \dots, D.$$

برای مرحله اول، به توابع شرطی زیر نیاز داریم:

$$C_d(u_d | u_1, \dots, u_{d-1}) = P\{U_d \leq u_d | U_1 = u_1, \dots, U_{d-1} = u_{d-1}\}, \quad d = 1, \dots, D.$$

برای بدست آوردن آن ها، فرض کنید که $c(\mathbf{u}) \equiv c_D(\mathbf{u})$ چگالی Copula باشد [۱۲]، و $c_d(\mathbf{u}), d = 1, \dots, D-1$ چگالی های حاشیه ای دلخواه باشد:

$$c_d(u_1, \dots, u_d) = \int_{u_{d+1}=0}^1 \dots \int_{u_D=0}^1 c(\mathbf{u}) du_{d+1} \dots du_D.$$

سپس، برای $c_{d-1}(u_1, \dots, u_{d-1}) > 0$ خواهیم داشت:

$$C_d(u_d | u_1, \dots, u_{d-1}) = \frac{\int_{u=0}^{u_d} c_d(u_1, \dots, u_{d-1}, u) du}{c_{d-1}(u_1, \dots, u_{d-1})}, \quad d = 2, \dots, D.$$

در روابط فوق، u_1^{gen} یک متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت روی بازه $[0, 1]$ است که با $U(0,1)$ نشان داده شده است. به

۲. اینفیمم (Infimum) یک مجموعه، بزرگ ترین عضوی (لازم نیست عضو آن باشد) از مجموعه مرجع آن مجموعه است که کوچک تر یا مساوی تمام عضوهای مجموعه باشد. نام دیگر آن بزرگ ترین حد پایین (GLB) می باشد.

۳. سوپریم (Supremum) یک مجموعه، کوچک ترین عضوی (لازم نیست عضو آن باشد) از مجموعه مرجع آن مجموعه است که بزرگ تر یا مساوی تمام عضوهای مجموعه باشد. نام دیگر آن کوچک ترین حد بالا (LUB) می باشد.

ΔC_a^b توسط C به $[\mathbf{a}, \mathbf{b}] = [a_1, b_1] \times \dots \times [a_D, b_D]$

نگاشت می شود؛ یعنی:

$$\Delta C_a^b := \sum_{(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_D) \in \{0,1\}^D} (-1)^{\varepsilon_1 + \dots + \varepsilon_D} \times C(\varepsilon_1 a_1 + (1 - \varepsilon_1) b_1, \dots, \varepsilon_D a_D + (1 - \varepsilon_D) b_D) \geq 0$$

در واقع، Copula یک تابع توزیع چندمتغیره برای بردار تصادفی $\mathbf{U} = (U_1, \dots, U_D)$ است که دارای حاشیه های یک-متغیره با توزیع یکنواخت محدود به $[0, 1]^D$ است. برای این تابع توزیع، به دلیل مشتق پذیر بودن، توزیع های شرطی نیز قابل تعریف است.

ب-2- قضیه اسکالار^۱

قضیه اسکالار، مهم ترین قضیه مربوط به اساس Copula است. این قضیه، قوانین مربوط به توابع توزیع چندمتغیره و حاشیه های یک متغیره آن ها را شفاف تر می کند. صورت این قضیه به شکل زیر است:

قضیه اسکالار: فرض کنید که F یک تابع توزیع D -بعدی است که دارای حاشیه های F_1, \dots, F_D می باشد. بنابراین، می توان یک Copula با D -بعد (D-copula) با نام C به ازای همه $\mathbf{z} = (z_1, \dots, z_D)$ در صورت زیر تعریف نمود:

$$F(\mathbf{z}) = C(F_1(z_1), \dots, F_D(z_D))$$

اگر تمام حاشیه ها (توزیع های حاشیه ای) پیوسته باشند، Copula منحصر به فرد خواهد بود. علاوه بر این، اگر توابع $F_1^{-1}, \dots, F_D^{-1}$ را شبه معکوس توابع توزیع حاشیه ای بنامیم، برای هر $\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_D) \in [0, 1]^D$ خواهیم داشت:

$$C(\mathbf{u}) = F(F_1^{-1}(u_1), \dots, F_D^{-1}(u_D))$$

اثبات این قضیه در کتاب [۱۳] آمده است. همچنین، شبه معکوس توابع توزیع به صورت زیر تعریف می شود:

$$F_d^{-1}(u) = \begin{cases} \inf\{z | F_d(z) \geq u\} & u > 0 \\ \sup\{z | F_d(z) = 0\} & u = 0 \end{cases}$$

که در آن \inf و \sup به ترتیب اینفیمم^۲ و سوپریم^۳ مجموعه مورد نظر هستند.

1. Sklar's Theorem

بیست و سومین کنفرانس بین‌المللی برق

مراجع

- علاوه، $u_d^{gen}, d = 2, \dots, D$ ، توسط توابع توزیع شرطی $C_d(u_d | u_1^{gen}, \dots, u_{d-1}^{gen})$ یکی پس از دیگری تولید می‌شوند. الگوریتم‌ها و برنامه‌های مربوط به تخمین Copula و توزیع‌های حاشیه‌ای که در توضیحات فوق به دلخواه انتخاب می‌شدند، بخش مهم دیگری است که در این مقاله استفاده شده است. برنامه استفاده شده برای این منظور جعبه ابزار آماری MATLAB است. فرمول‌بندی کامل این روش‌ها را می‌توان در [۱۵] و [۱۶] مشاهده نمود.
- در پایان، ذکر نکاتی در مورد اینکه استفاده از توابع Copula چگونه تولید بردارهای تصادفی همبسته توان‌های اکتیو و راکتیو سه فاز را بهبود می‌بخشد، لازم به نظر می‌رسد. برای راحتی، وابستگی توان اکتیو P و توان راکتیو Q تک‌فاز را به عنوان یک جفت متغیر تصادفی در نظر بگیرید. همچنین، فرض کنید که توابع توزیع آن‌ها به ترتیب، $F(p) = \Pr[P \leq p]$ و $G(q) = \Pr[Q \leq q]$ باشد. برای این توان‌ها می‌توان یک تابع توزیع توام (دو-متغیره) در نظر گرفت که برابر است با $H(p, q) = \Pr[P \leq p, Q \leq q]$. برای هر زوج مرتب حقیقی (p, q) می‌توان سه عدد نسبت داد: $F(p)$ ، $G(q)$ و $H(p, q)$. هر کدام این اعداد در بازه [0, 1] فرض می‌شوند.
- به عبارت دیگر، هر زوج مرتب حقیقی (p, q) به نقطه $(F(p), G(q))$ در مربع واحد $[0, 1] \times [0, 1]$ نگاشت می‌شود و زوج مرتب حاصله نیز، یکی پس از دیگری، متناظر با عدد $H(p, q)$ در [0, 1] است. تناظر اخیر که مقدار تابع توزیع توام را به مقادیر هر یک از زوج مرتب‌های توابع توزیع منفرد تخصیص می‌دهد، یک تابع است. این نوع توابع، توابع Copula هستند و در صورتی که به طور مناسب تخمین زده شده و در شبیه‌سازی Monte Carlo برای تولید بردارهای تصادفی به کار گرفته شوند، ساختار همبستگی توان‌های اکتیو و راکتیو را به طور کامل مدل می‌کنند.
- [1] A. von Jouanne and B. B. Banerjee, "Assessment of voltage unbalance," IEEE Trans. Power Del., vol. 16, no. 4, pp. 782–790, Oct. 2001.
 - [2] R. F. Woll, "Effect of unbalanced voltage on the operation of polyphase induction motors," IEEE Trans. Ind. Appl., vol. IA-11, no. 1, pp. 38–42, Jan./Feb. 1975.
 - [3] T. A. Kneschke, "Control of utility system unbalance caused by single phase electric traction," IEEE Trans. Ind. Appl., vol. IA-21, no. 6, pp. 1559–1570, Nov./Dec. 1985.
 - [4] T.-H. Chen, "Criteria to estimate the voltage unbalances due to high speed railway demands," IEEE Trans. Power Syst., vol. 9, no. 3, pp. 1672–1678, Aug. 1994.
 - [5] N. L. Schmitz and M. M. Berndt, "Derating polyphase induction motors operated with unbalanced line voltages," IEEE Trans. Power App. Syst., pp. 680–686, Feb. 1963.
 - [6] D. R. Smith, H. R. Braunstein, and J. D. Borst, "Voltage unbalance in 3-and 4-wire delta secondary systems," IEEE Trans. Power Del., vol. 3, no. 2, pp. 733–741, Apr. 1988.
 - [7] R. P. Broadwater, A. H. Khan, H. E. Shaalan, and R. E. Lee, "Time varying load analysis to reduce distribution losses through reconfiguration," IEEE Trans. Power Del., vol. 8, no. 1, pp. 294–300, Jan. 1993.
 - [8] H. Valizadeh Haghi and M. Tavakoli Bina, "Complete harmonic-domain modeling and performance evaluation of an optimal-PWM-modulated STATCOM in a realistic distribution network," Proc. of the 9th Int. School on Non-sinusoidal Currents and Compensation (ISNCC), vol. 1, Lagow, Poland, Jun. 2008.
 - [9] M. Tavakoli Bina and M. D. Eskandari, "Consequences of unbalance supplying condition on a distribution static compensator," 35th IEEE PESC, Aachen, Germany, pp. 3900–3904, 2004.
 - [10] L. Pierrat and R. E. Morrison, "Probabilistic modeling of voltage asymmetry," IEEE Trans. Power Del., vol. 10, no. 3, pp. 1614–1620, 1995.
 - [11] G. J. Anders, Probability Concepts in Electric Power Systems, John Wiley and Sons, 1990.
 - [12] Y. J. Wang, "Simulation of random variation of

بیست و سومین کنفرانس بین المللی برق

three-phase voltage unbalance resulting from load fluctuation using correlated Gaussian random variables,” Proc. National Science Council, Rep. of China, A, Phys. Sci. Eng., vol. 24, no. 3, pp. 216–225, 2000.

- [13] Y. J. Wang, “Modelling of random variation of three-phase voltage unbalance in electric distribution systems using the trivariate Gaussian distribution,” Proc. Inst. Elect. Eng., Gen., Transm., Distrib., vol. 148, no. 4, pp. 279–284, Jul. 2001.
- [14] Y.-J. Wang and L. Pierrat, “A method integrating deterministic and stochastic approaches for the simulation of voltage unbalance in electric power distribution networks,” IEEE Trans. Power Syst., vol. 16, no. 2, pp. 241–245, May. 2001.
- [15] R. B. Nelsen, An Introduction to Copulas, Springer, 2nd Edition, 1999.
- [16] J. C. Strelen and F. Nassaj, “Analysis and generation of random vectors with Copulas,” Proc. Winter Simulation Conf., pp. 488–496, 2007.
- [17] T. S. Durrani and X. Zend, “Copulas for bivariate probability distributions,” IET Electron. Letters, vol. 43, no. 4, Feb. 2007.
- [18] L. Zhi-dong, S. Bin, and X. Miao, “A Monte Carlo simulation of portfolio dynamic risk and its application,” Proc. 14th Int. Conf. Management Sci. Eng., pp. 1686–1693, Aug. 2007.
- [19] The Math Works, MATLAB. (2008), <http://www.mathworks.com>.