همایش ژئوماتیک ۸۴

مروری بر الگوریتم های مثلث بندی
و پارامتر های موثر بر آن

مسعود ورشوساز, حسین هلالی, داود شجاعی
تقاطع ولیعصر و میرداماد – دانشکده نقشه برداری دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
تلفن : ۰۹۱۳۳۳۱۵۷۵۱
فاکس : ۸۷۷۹۴۷۶
سمت : مدیر گروه فتوگرامتری و سنجش از دور دانشکده نقشه برداری دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

Email : varshosazm@kntu.ac.ir
Email: helali@alborz.kntu.ac.ir
Email : dshojaee@gmail.com

چکیده

فراگیرترین روش برای بیان سطح ، مثلث بندی نقاط نمونه برداری شده، به منظور ایجاد شبکه نا منظم مثلثی است.مسئله اصلی ایجاد یک شبکه مثلث بندی است که وابسته به نقطه شروع یا توجیه نقاط نباشد وهمچنین در کمترین زمان بتواند مثلث ها را ایجاد کند . برای تهیه مثلث بندی،نقاط نمونه برداری شده باید به نحوی به هم متصل شوند که بتواند سطح مورد نظر را به بهترین وجه مدل کند ونتایج باید به آسانی قابل تکرار و قابل پیشبینی باشد.

در این مقاله الگوریتم های مثلث بندی و بخصوص الگوریتم های مثلث بندی دلونی در فضای اقلیدسی مورد بررسی قرار می گیرد.مثلث بندی دلونی جزء مباحث مهم در هندسه محاسباتی است وهمواره از نقطه نظر سرعت ، قابلیت گسترش به هر بعد و آسانی پیاده سازی آن مورد بحث قرار می گیرد. تاکنون الگوریتم های مختلفی جهت بهبود زمانی ایجاد مثلث بندی وهمچنین مثلث بندی دلونی مطرح شده است.این الگوریتم ها دارای پیچیدگی زمانی متفاوتی هستند. در این تحقیق از میان الگوریتم های موجود به تعدادی از آنها اشاره شده و راندمان برخی از الگوریتم ها به کمک یک مجموعه نقاط بررسی شده است.

واژگان کلیدی :الگوریتم ، دلونی،دیاگرام Voronoi ،شبکه نامنظم مثلثی ،مثلث بندی ، Delaunay .

۱– مقدمه

مثلث بندی[1] یک روش برای تقسیم بندی فضا، از یک مجموعه نقاط نمونه است. در حقیقت فراگیرترین راه برای بیان سطح، مثلث بندی نقاط نمونه برداری شده به منظور ایجاد شبکه نامنظم مثلثی است. مجموعه مثلث های ایجاد شده، تشکیل یک سطح کامل می دهندکه یک مدل پیوسته از سطح است. مهمترین مسئله در الگوریتم های مثلث بندی عدم وابستگی آنها به نقطه شروع یا توجیه نقاط است. همچنین نتایج باید به آسانی قابل تکرار و قابل پیشبینی باشد.از این رو اگر در هنگام ایجاد مثلث ها هدف ماکزیمم کردن مینیمم زوایا باشد و شرط دایره را برقرار کنیم به نحوی که دایره محیطی شامل هر مثلث ،شامل نقطه دیگری نشود، مثلث های ایجاد شده دلونی[2] هستند. این مثلث های یکه ایجاد شده مستقل از جهت شروع یا پارامتر های دیگر است.به طور منطقی برای درون یابی ارتفاعی برای نقاط مورد نیاز همواره از نزدیکترین نقاط استفاده می شود.پس باید در مثلث بندی نیز انتظار داشت که نقاط نزدیک به هم متصل شوند تا نقاط دور.از مهم ترین کـاربرد های مثلث بندی مـی توان در تولید مدل رقومـی زمـین[3] و مدل کردن سطوح اجسام[4] ، گرافیک کامپیوتری[5]، مصور سازی علمی[6] ،رباتیک[7] ، بینائی کامپیوتری[8] و ترکیب تصاویر[9] و همچنین در کاربردآن ریاضیات و علوم طبیعی نام برد.

۲– الگوریتم های مثلث بندی Non-Delaunay

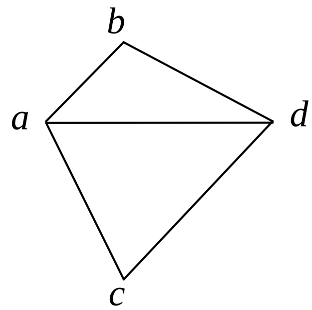
الگوریتم مختلفی تا کنون برای مثلث بندی ارائه شده است. از میان الگوریتم های موجود به بررسی چند نمونه از معروفترین آنها پرداخته می شود.

۲–۱– Greedy Triangulation

این الگوریتم بر اساس مینیمم کردن طول یالهای مثلث های ایجاد شده عمل می کند. این بدان معنی است که در انتخاب مثلث ها سعی بر آن شده است تا مجموع فواصل، حداقل مقدار ممکن را داشته باشد. در ابتدا فاصله بین کلیه نقاط محاسبه شده و کمترین فواصل مشخص می گردند، و به ترتیب آنها رسم می شوند. بعد از ترسیم هر خط دوباره تمام طولهای قابل ترسیم محاسبه می شوند. همانطور که در شکل۲–۱ نشان داده شده است، از کمترین طول شروع کرده و مثلث بندی ادامه پیدا می کند. در شکل زیر کوتاهترین فاصله بین aوb است که خط آن ترسیم می شود. و سپس aوc ، و همینطور ترسیم ادامه داده می شود.

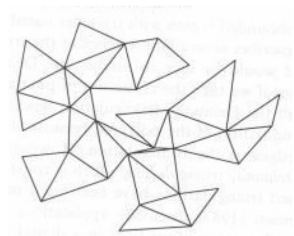
---

[1] Triangulation
[2] Delaunay
[3] DTM
[4] Mesh Generation
[5] Computer graphic
[6] Scientific visualization
[7] Robotic
[8] Computer vision
[9] Image synthesis



شکل ۲-۱: مثلث بندی به روش Greedy Triangulation

پیچیدگی زمانی محاسبات و ذخیره در این الگوریتم $O(n^2)$ است، که n معرف تعداد نقاط می باشد. با وجود اینکه هدف این الگوریتم ایجاد مثلث های متساوی الاضلاع است، ولی نتایج حاصل چندان رضایت بخش نیست. همچنین این روش نیاز به محاسبه آرایه بزرگی از فواصل دارد که باعث زمان گیر بودن این روش می گردد.شکل ۲-۲ نمونه ای از این مثلث بندی را نمایش می دهد[5].



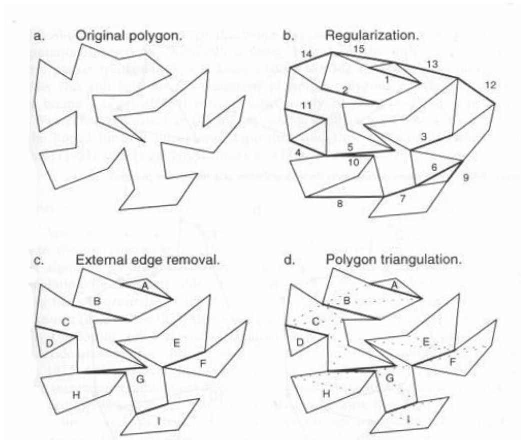
شکل۲-۲: نمونه ای از مثلث بندی به روش Greedy[5]

۲-۲- Triangulation of Garey et.Al

این الگوریتم در سال ۱۹۷۸ توسط آقای Garey و همکارانش ارائه گردید. این الگوریتم برای مثلث بندی پلیگون های ساده مناسب است. با توجه به پیچیدگی زمانی این روش، روش قبلی را بهبود می بخشد.الگوریتم ابتدا پلیگون را به پلیگون های یکنواخت می شکند. سپس مثلث بندی را برای هر یک از پلیگونهای یکنواخت انجام می دهد. فرض کنید که یکنواختی[1] با توجه به محور Y هست.و هیچ دو راسی از پلیگون دارای مختصات Y یکسان نیستند.

درمرحله اول الگوریتم، پلیگون را به پلیگونهای یکنواخت تجزیه می کند. که این مرحله اساسا سازماندهی پلیگونها می باشد.و یالهای اضافی بین رئوس پلیگون اضافه می شود.الگوریتم پیش می رود و تمام رئوس را از بالا به پایین جاروب می کند و مشخص می کند کدام رئوس منظم نیستندو یال رو به پایین ندارند.این پروسه برای هر راس نا منظمی در جاروب رو به پائین پلیگون انجام می شود.و یک پروسه متناسب در جهت رو به بالای پلیگون بکار برده می شود.حال بدون اثبات ادعا می شود که ساختار بدست آمده یک پلیگون تجزیه شده به پلیگون های یکنواخت می باشد. البته تعدادی از این پلیگونها که ممکن است به خارج پلیگون اصلی اضافه شده باشند دور ریخته می شوند. شکل ۲-۴ یک بیان کامل از این مراحل ارائه می دهد .شکل ۲-۴-a پلیگون اصلی را نمایش می دهد. شکل ۲-۴-b مرحله یکنواخت سازی است. شکل۲-۴-c مرحله حذف یالهای اضافه است. در این مرحله تمام پلیگون ها به پلیگون های یکنواخت تجزیه می شود.

[1] Monotonity

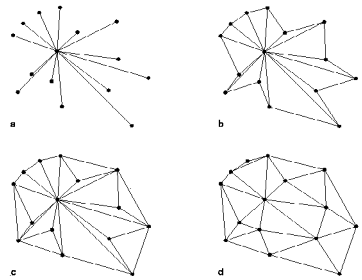


شکل۲-۴ : تبدیل پلیگون به یک پلیگون یکنواخت[5]

حال مشکل به مثلث بندی پلیگونهای یکنواخت کاهش یافته است(شکل۲-۴-d).برای مثلث بندی پلیگونهای یکنواخت اینطور عمل می شود که ،ابتدا تمام رئوس بر اساس محور Y مرتب می شود.(رئوسی که دارای مختصات Y یکسان هستند،بر اساس محور X مرتب می شوند). برای شروع از دو راس اول به عنوان دو راس مثلث اولی برای شروع استفاده می شود و راس سوم پیدا می شود. اگر زاویه رئوس ۱-۲-۳ کوچکتر از ۱۸۰ است این مثلث(۱و۲و۳) ایجاد می شود.حال دو راس با رئوس بعدی بررسی می شود. همینطور تا آخر رئوس بررسی می شود و مثلث بندی صورت می گیرد[5].

۲-۳- Radial Sweep

این روش در سال ۱۹۸۲ توسط Mirante,Weingarten ابداع شد.در این الگوریتم، نقطه ای که تقریبا در مرکز مجموعه نقاط قرار دارد، به باقی نقاط به صورت شعاعی متصل می شود(شکل ۲-۵-a).سپس در مرحله بعد با اتصال هر یال با یال قبلی و بعدی تشکیل مثلث می دهند(شکل ۲-۵-b).سپس در مرحله بعدی اقدام به ایجاد Convex hull می شود(شکل ۲-۵-c).از این نقطه ،فاصله زاویه ای همه نقاط در مجموعه داده ها محاسبه می شوند ونقاط بر حسب زاویه مرتب می شوندو سپس خط شعاعی گذرنده از هر نقطه ترسیم می شود.و از اتصال نقطه قبلی و نقطه جدید مثلث ها شکل می گیرند. در بعضی از این مثلث ها اتصال آنها به هم چندان مطلوب و مناسب به نظر نمی رسد.برای بهینه کردن این مثلث ها ، هر مثلث نسبت به مثلث های مجاور بررسی می شود.با دو زوج اضلاع مثلث یک چهار ضلعی ساخته می شود.دو طول مربوط به دو زوج نقاط راس متقابل محاسبه می شود.اگر فاصله بین دو نقطه مشترک بیشتر از فاصله دو راس باشد ،در آن صورت آن ضلع مشترک عوض می شود و به اصطلاح مثلث Swap می شود.این عمل به همین ترتیب ادامه می یابد تا دیگر هیچگونه تغییری در مثلث ها صورت نگیرد[16].



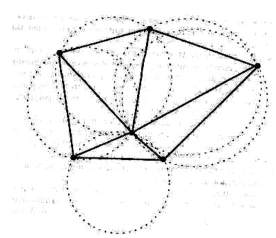
شکل ۲ ـ۵: مثلث بندی به روش Radial sweep[16]

۳ – الگوریتم های مثلث بندی Delaunay

الگوریتم های فراوانی برای ایجاد مثلث بندی دلونی ،از یک مجموعه نقاط موجود است. مثلث بندی دلونی در سال ۱۹۳۴ توسط B.Delaunay بحث شد.مثلث بندی دلونی با ماکزیمم کردن زاویه ها از تولید مثلث های باریک[1] جلوگیری می کند.قانون اصلی برای تولید مثلث بندی دلونی در قانون دایره فرموله می شود.

۳–۱– مثلث بندی Delaunay

مجموعه P از این نقاط را در نظر بگیرید،مثلث بندی از این نقاط را مثلث بندی دلونی گویند که اگر دایره ای که از هر مثلث بگذرد شامل هیچ نقطه دیگری $p\in P$ نشود.شکل ۳–۱یک نمونه از مثلث بندی دلونی را نمایش می دهد.



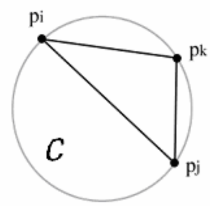
شکل۳–۱:شرط دایره در مثلث بندی دلونی[3]

الگوریتم های زیادی تا کنون برای مثلث بندی دلونی ارائه شده است. ولی متاسفانه تا کنون بررسی های کمی روی پیاده سازی و ارزیابی آنها از لحاظ اجرا صورت گرفته است.معمولا برای بهتر شدن راندمان الگوریتم وکم کردن پیچیدگی زمانی از تکنیک های بهینه سازی برای مثال ساختارهای داده در این الگوریتم ها استفاده می شود.
فرض کنید که مجموعه ای از نقاط با این خاصیت که هیچ سه نقطه ای روی یک خط راست نباشند موجود باشد،آنگاه مثلث بندی دلونی که با شرط بالا برای این مجموعه بدست می آید،دارای خواص زیر است.

۳–۲– خواص مثلث بندی دلونی

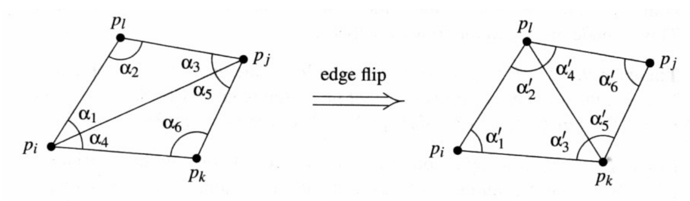
[1] Skinny

۱. خاصیت دایره:دایره محیطی از مثلث ایجاد شده از نقاط (Pi,Pj,Pk) متعلق به یک مثلث بندی دلونی از یک سری نقاط P ،شامل هیچ نقطه دیگری نیست. درشکل ۳-۲ این خاصیت نمایش داده شده است.



شکل ۳-۲:خاصیت دایره در مثلث بندی دلونی[11]

۲. خاصیت زاویه :با چهار نقطه یک چهار ضلعی ایجاد می شود،قطری بهترین حالت است که این چهار ضلعی را به دو مثلث تقسیم کند به نحوی که کوچکترین زاویه داخلی را ماکزیمم کند.این خاصیت اطمینان می دهد که مثلث های ایجاد شده ،بهترین حالت از آن نقاط است.



شکل ۳-۳:خاصیت زاویه در مثلث بندی دلونی[11]

۳. خاصیت یکتائی

مثلث بندی دلونی واحد است.برای یک مجموعه نقاط فقط یک مثلث بندی است که دارای شرط دلونی است.

۴. خاصیت محدوده

یالهای خارجی مثلث بندی دلونی مرز Convex hull را برای مجموعه P تشکیل می دهند.

۳-۳ -الگوریتم های موجود برای مثلث بندی دلونی

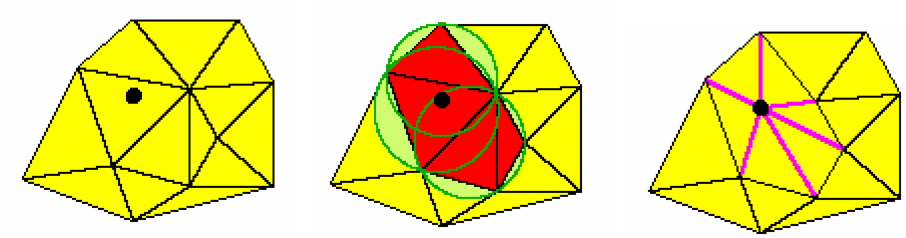
۳-۳-۱- الگوریتم های افزایشی[1]

این الگوریتم به Randomised Incremental Algorithm نیز معروف است.می توان از این نمونه الگوریتم های Watson & Bowyer(1981) و Guibas and Stolfi(1983) را نام برد.هر نقطه جدیدی که وارد ساختار موجود می شود.شرط دلونی را نقض می کند و آنگاه شرط دلونی دوباره بر آورد می شود و مثلث بندی دلونی همراه با نقطه جدید شکل می گیرد.در این روش مثلث بندی فقط با سه نقطه شروع می شود و به ترتیب نقاط اضافه می شوند.هر زمانی که یک نقطه وارد می شود باید بررسی شود که نقطه جدید در کدام مثلث اضافه شده است و یالها از نقطه جدید به گوشه مثلثها متصل شوند.

این الگوریتم برای اولین بار توسط Bowyer و Watson در سال ۱۹۸۱ عنوان شد. این الگوریتم دارای بهترین کیفیت در تولید شبکه مثلثها می باشد.با فرض اینکه DT مثلث بندی دلونی از n نقطه باشد و $V_n=\{P_i \mid i=1,..,n\}$ با تعریف یک Simplex (برای مثال در حالت 2D، Simplex مثلث است.و در حالت 3D ،هرم و ...) و تعیین Convex hull ناحیه مورد نظر ایجاد می شود.مشکل روش افزایشی ،مسئله جستجو نقطه

[1] Incremental Algorithms

اضافه شده است،که باعث افزایش زمانی روند الگوریتم می گردد.پس نیاز به یک الگوریتم برای پیدا کردن سریع نقاط است.این الگوریتم در شکل ۳-۴ برای حالت دو بعدی نمایش داده شده است.نقطه جدیدی وارد شبکه دلونی موجود شده و شرط را برای چند مثلث از بین برده است.آنگاه این مثلثها تبدیل به یک پلیگون می شوند که شامل نقطه جدید است.اکنون نقطه جدید به هر یک از نقاط در رئوس پلیگون متصل می شود و یک مثلث بندی جدید شکل می گیرد و این روند برای تمام نقاط جدید تکرار می شود تا همه نقاط به ساختار معرفی شوند[13].



شکل ۳-۴:یک نمونه از اضافه کردن نقاط به مثلث بندی

نکات مهم :

- تنها نیاز به عوض کردن یالهای مثلث هایی است که شامل نقطه p می شوند .
- هر یال مشترکی که بین دو مثلث که شامل نقطه p نیستند ، دلونی باقی می ماند.
- برای پیدا کردن یال های غیر مجاز ، خلاف جهت عقربه های ساعت ،حول نقطه p گردش کرده و یالهای غیر مجاز را عوض می کنیم.
- این الگوریتم از ساده ترین الگوریتم های مثلث بندی دلونی است.

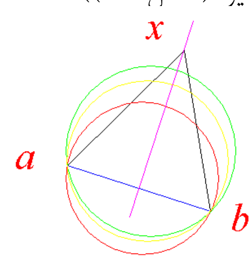
۳-۳-۲-Step by step algorithm

مرز خارجی مثلث بندی دلونی تشکیل Convex hull می دهد لذا یالهای Convex hull نیز جزو ساختار دلونی هستند و در این الگوریتم از این خاصیت استفاده می شود.

-کوچکترین یال روی پلیگون Convex به عنوان Base Line شروع انتخاب می شود.

-نقطه سومی که با Base Line بالا تشکیل مثلث دلونی دهد پیدا می شود.

-دایره ای با شعاع مثلث اولیه مورد نظر ترسیم می شود(بسته به حالت پیش آمده شعاع دایره کم یا زیادمی شود تا یک نقطه داخل دایره رسم شده قرار گیرد(شکل ۳-۵)).

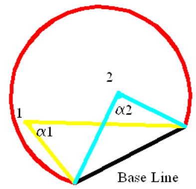


شکل۳-۵:روش ایجاد مثلث بندی دلونی به روش الگوریتم Step by step

-اگر تعداد کاندید ها بیشتر از یکی بود آنگاه یکی را انتخاب کرده (چند نقطه روی مرز محیط دایره قرار می گیرند)که در این مرحله نقطه ای انتخاب می شود که به عمود منصف خط اصلی[1] نزدیکتر است.

[1] Base Line

–در حالتی که داخل کوچکترین دایره ممکن بیشتر از یک نقطه قرار می گیرد آنگاه نقطه ای به عنوان راس سوم انتخاب می شود که بزرگترین زاویه را با خط اصلی می سازد(شکل۳–۶).



شکل۳–۶: بین دو نقطه 1,2 نقطه 2 چون دارای زاویه بزرگتری است انتخاب می شود

–نقطه سوم مشخص شده با دو سر خط اولیه تشکیل دو یال جدید می دهدکه آنها را به عنوان Base line های اولیه گرفته و دوباره کار تکرار می شود(توجه کنید که یک طرف Base line در نظر گرفته می شودو طرف دیگر آن به عنوان منطقه ای مثلث بندی شده در نظر گرفته می شود).

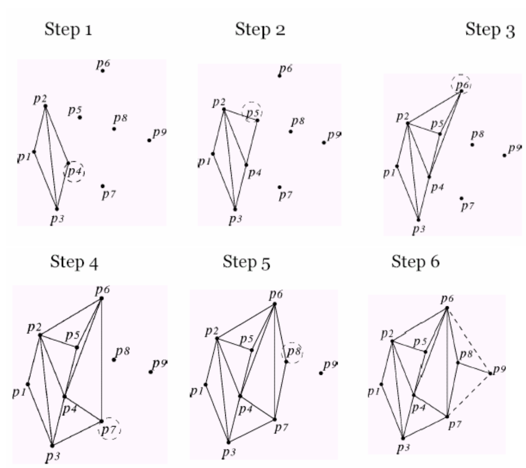
۳–۳–۳ – الگوریتم روش Two step

این روش شامل دو مرحله خواهد بود :

- محاسبه و تشکیل یک شبکه مثلثی قرار دادی
- بهینه سازی شبکه اول برای تولید یک شبکه مثلثی دلونی

الگوریتم ایجاد یک شبکه مثلثی قراردادی

در ابتدا مجموعه نقاط بر اساس x مرتب می شوند،در مرحله بعد با ساختن مثلث اولیه با ۳ نقطه اول از مجموعه نقاط مرتب شده شروع به ایجاد مثلث بندی به صورت افزایشی[1] می شود . به این ترتیب که در هر بار یک نقطه به مجموعه اضافه کرده و از آن نقطه به نقاطی که قبلا در شبکه موجود می باشند وبین دو نقطه دید برقرار است، یک یال ترسیم می شود .در پایان یک شبکه مثلثی از نقاط ایجاد خواهد شد. مراحل کار از ابتدا تا انتهای تشکیل مثلث ها رادر شکل۳–۷ ملاحظه می شود .



شکل ۳–۷: مراحل تشکیل یک شبکه مثلثی قراردادی[13]

در پایان برای بهینه سازی شبکه مثلثی تولید شده در مرحله قبل به عنوان شبکه بهینه فرض می شود. برای هر یال داخلی از شبکه مثلثی شرط دلونی بررسی می شود و در صورتی که شرط برقرار نبود، یال بین دو مثلث

[1] Incremental

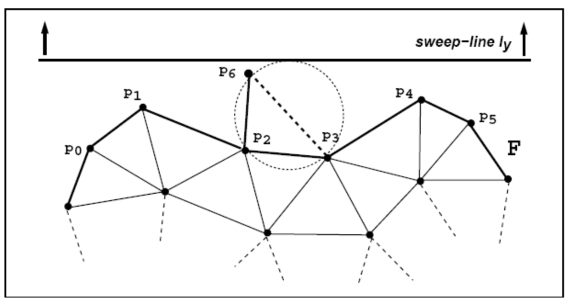
انتخاب شده عوض می شود و در غیر این صورت بدون تغییر می ماند. این مراحل تا زمانی که دیگر هیچ یالی شرط را نقض نکند ادامه می یابد.

۳-۳-۴- الگوریتم Flipping

در این الگوریتم با فرض اینکه یک مجموعه مثلث بندی داده شده است ولی مثلث بندی ایجاد شده دلونی نیست اقدام به تغییر مثلث ها می کند.این الگوریتم با استفاده از شروط مثلث بندی ،مثلث ها را تغییر داده و مثلث های دلونی تولید می کند.سرعت زمانی این روش در بدترین حالت $O(n^2)$ است.این روش با برقراری تکنیک local-optimization به شکل محلی اقدام به برقراری شرط دلونی می کند و مثلث ها رو به صورت مناسب تغییر می دهد.

۳-۳-۵ الگوریتم Plane Sweep

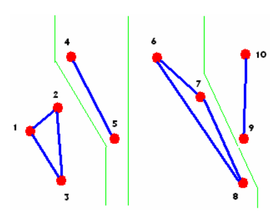
این الگوریتم یک روش تدریجی و قدم به قدم برای ساختن مثلث های دلونی ارائه می دهد.در این روش با کمک یک خط فرضی که کل صفحه را جاروب می کند ،نقاط پشت خط فرضی مثلث بندی شده و با حرکت خط نقاط مثلث بندی می شوند.در هر مرحله با حرکت خط مثلثی جدید ایجاد می شود. مثلث بندی صورت می گیرد.این الگوریتم اولین بار توسط Fortune در سال ۱۹۸۷ ارائه شد.این الگوریتم برای ساختن دیاگرام Voronoi نیز گسترش یافته است[13].شکل ۳-۸ یک مثالی از این الگوریتم است.



شکل ۳-۸: مراحل تشکیل یک شبکه مثلثی قراردادی[13]

۳-۳-۶ الگوریتم Divide-and-Conquer(DeWall)

در این الگوریتم مجموعه نقاط بر اساس افزایش مولفه x مرتب می شوند و اگر دو نقطه دارای مولفه x یکسان باشند بر اساس مولفه y مرتب می شوند. وقتی نقاط مرتب شدند ،مجموعه نقاط به دو قسمت تقسیم می شوند ،و این تقسیم بندی تا حدی که به مجموعه های سه عضوی یا کمتر تقسیم شوند و هر قسمت به طور جداگانه تشکیل مثلث یا یال می دهند.



شکل ۳-۹: مراحل تقسیم نقاط

سپس هر دو مجموعه بوسیله یال هایی به هم متصل می شوند. آخرین و سخت ترین قسمت ادغام کردن و اتصال دو قسمت به هم می باشد. همچنین با استفاده از تکنیک های شتاب دهنده برای این الگوریتم جهت افزایش سرعت برای استفاده در گرافیک کامپیوتری توسط P.Cignoni and et al در سال ۱۹۹۷ ارائه شد. این الگوریتم در بدترین حالت O(n log n) است ولی به طورمتوسط O(n log log n) است[13].

این الگوریتم دو مرحله کلی دارد:

- یک روند بازگشتی اقدام به نصف کردن مجموعه نقاط به دو نیمه می کند
- ادغام تکه های مثلث بندی شده با هم

۳- ارزیابی الگوریتم های ارائه شده

معیارهای چندی برای مقایسه و بررسی الگوریتم های مثلث بندی برای کاربردهای مختلف وجود دارد. تعدادی ازاین معیارها در ذیل آمده است.

الف) سریع بودن : معیار سرعت یکی از مهمترین معیارهای بررسی الگوریتم های مثلث بندی می باشد چرا که سرعت پردازش ها هر چه بیشتر باشد در مواجهه با حجم عظیم داده ها بهتر عمل می نماید. به خصوص در مثلث بندی که تعداد زیادی از نقاط باید همزمان مثلث بندی شوند.

ب) صحت : این معیار نیز از کلیدی ترین معیارهایی است که در مثلث بندی مد نظر است چرا که اگر کاری صحیح نباشد ارزشی ندارد. البته منظور از صحت در مثلث بندی ایجاد و تولید مثلث هایی است که دلونی باشند.

ج) استحکام : منظور از این معیار آن است که الگوریتم مثلث بندی به خطاهای بزرگ یا ارتفاعات اشتباه، حساس باشد.

د) قابل اعتمادبودن : یعنی اینکه مثلث های باریک[1] کاهش پیدا کنند و یا به عبارت دیگر مثلث ها دارای هندسه مناسبی باشند. با توجه به این معیار باید خطاهای هندسی تشخیص داده شده سپس حذف گردند. این کار ممکن است به کمک روش های منطقی انجام شود.این الگوریتم ها باید بر مشکلات احتمالی موجود در مثلث بندی غلبه نماید نمونه هایی از آنها عبارتند از: محل شروع مثلث بندی، تعداد نقاط، پراکندگی نقاط(شبکه منظم یا نا منظم) ، سطوح مختلف، سطوح با شیب زیاد ، سطوح دارای عوارضی از قبیل آبرو ناپیوستگی ها و خطوط شکست[2].

د) دقت : مهمترین مسئله در مثلث بندی مسئله دقت مثلث های تولید شده است ولی چون مثلث های دلونی از هر روشی که ایجاد شده باشند در نهایت به یکسری مثلث یکه می رسند ، مقایسه آنها از این لحاظ منطقی نیست. ولی می توان این معیار ارزیابی را به نحو دیگری عنوان کرد. هدف از مثلث بندی ، مدل کردن سطوح است ، ولی با توجه به این مسئله که مثلث بندی دلونی برای ایجاد مثلث ها به مولفه ارتفاعی نقاط اهمیت نمی دهد ، می توان بیان کرد که اگر مثلث بندی تحت تاثیر ارتفاع نیز باشد مطمئنا سطح را به شکل بهتری مدل خواهد کرد.

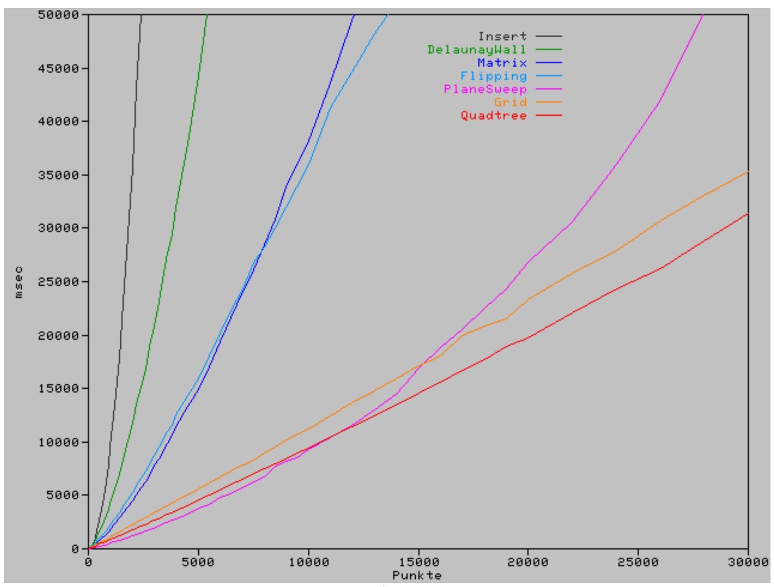
برای دستیابی به بهترین روش مثلث بندی باید بررسی های عملی روی این روش ها صورت گیرد و تعیین روش مناسب در این تحقیق به صورت تئوری بررسی شده است.

[1] Skinny
[2] Break line

آقای Kramer به بررسی سرعت تعدادی از الگـوریتم هـای متعـارف در تولیـد مثلـث بنـدی پرداختـه است[13] .الگوریتم های که در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفتند عبارتند از

- Insert :الگوریتم افزایشی
- Dewall : الگوریتم DeWall بدون استفاده از ساختار جستجو
- Matrix : الگوریتم DeWall با استفاده از یک مجموعه نقاط به صورت پراکنده
- Grid : الگوریتم DeWall با استفاده از یک مجموعه نقاط به صورت منظم
- Flipping :الگوریتم flipping با محاسبه مثلث بندی اولیه
- PlaneSweep : الگوریتم PlaneSweep
- Quadtree : الگوریتم افزایشی با استفاده از ساختار داده quadtree

در نمودار ۳-۱ محور x بر حسب افزایش نقاط و محور y بر حسب زمان پروسه الگـوریتم هـا مـی باشد[13].



نمودار ۳-۱:بررسی سرعت الگوریتم های ارائه شده[13]

همانطور که در نمودار۳-۱ مشاهده می شود تا تعداد نقطه ۱۱۰۰۰ الگوریتم Planesweep سرعت بیشتری دارد و از نظر زمانی مناسبتر از الگوریتم های دیگر است ولی با افزایش تعداد نقاط الگوریتم Incremental دارای سرعت بیشتری است.که با توجه به نمودار می توان دید که تاثیر ساختار داده روی این الگوریتم چه تاثیر چشمگیری داشته است.[13]

علاوه بر این می توان گفت که مثلث های غیردلونی ،از نظر مدل کردن سطوح ضعیف هستند و سطح مورد نظر را به بهترین وجه مدل نمی کنند و به شدت تحت تاثیر منطقه شروع مثلث بندی و توجیه نقاط هستند ، وفرایند مثلث بندی به آسانی قابل تکرار و قابل پیشبینی نیستند.به همین دلیل به عنوان الگوریتم های مناسبی(صحت) جهت مثلث بندی استفاده نمی شوند و از طرفی نیز الگوریتم های مثلث بندی دلونی ،چون در

نهایت به یک سری مثلث می رسند و مثلث های دلونی بهترین حالت هستند پس معیار صحت برقرار است.از لحاظ معیار استحکام ،چون مثلث بندی دلونی به مولفه z (ارتفاع) اهمیت نمی دهد ،این معیار در این الگوریتم ها قابل بررسی نیستند. چون صحت این الگوریتم ها برقرار است پس کاملا قابل اعتماد می باشند.

۵- نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این مقاله الگوریتم های متفاوتی در زمینه مثلث بندی دو بعدی بررسی شد .با توجه به مزایا ی مثلث بندی دلونی که امکان ایجاد یک سطح یکه و با قابلیت تولید مجدد آن را می دهد ،اکثر کارشناسان و برنامه نویسان تمایل زیادی به استفاده از آن دارند و در طول سالها استفاده از آن الگوریتم های متفاوتی از آن ارائه شده است که به نظر می رسد هر کدام از آنها سعی در افزایش سرعت تولید آن دارند .با توجه به این بررسی می توان نتیجه گرفت الگوریتم planesweep الگوریتم سریعی است ولی الگوریتم افزایشی با استفاده از ساختار داده مناسب مثل quadtree قادر به رقابت با الگوریتم planesweep است .با همه این مسائل ، نکته ای که اعتماد کامل به این شیوه باز می دارد ، اینست که این مثلث بندی لزوما شکل زمین را درست بازسازی نمی کنند .پیشنهاد می شود که اثر ارتفاع روی شکل مثلث های دلونی ،برای مدل کردن سطح زمین بررسی شود. هر چند این مساله را می توان توسط معرفی قیود[1] یا همان خطوط Break line کاهش داد ،اما باز هم اغلب نیاز به تصحیح مثلث بندی دارد .علت اصلی این مشکل در مستقل بودن الگوریتم مثلث بندی دلونی از مقدار مولفه z در نقاط مثلث بندی است.

۶- منابع

1. R.Lattuada and J.Raper , Application of 3D Delaunay algorithms in geoscientific modelling.
2. S.R. Idelsohn, E.Oñate , N.Calvo, F.Del Pin, Meshless Finite Element Ideas.
3. Stephan Wise , GIS BASIC , First Published 2002
4. Christopher B.Jones , Geographical Information Systems and Computer Cartography , 1998
5. Michael F. Worboys , GIS,A Computing Perspective,1997
6. Marc Vigo Anglada ,An improved incremental algorithm for constructing restricted Delaunay triangulations
7. Antoine Vigneron , Computing a Delaunay Triangulation , National of University of Singapore , 2004
8. George Kontopoulos , Triangulation in 2D space – 2D quality meshing algorithm by Ruppert .
9. Leila De Floriani , Delaunay Triangulation ,2003
10. Mantena V. Raju ,A Parallel algorithm for Delaunay Triangulation,2001
11. Glenn Eguchi ,Delaunay Triangulations , Computational Geometry, 2001
12. Marc Vigo Anglada,An improved incremental algorithm for constructing restricted Delaunay triangulations.
13. Jorge C Kramer , Delaunay triangulation in two and three Dimension ,1995

۱۴-بررسی الگوریتم دیاگرام Voronoi و مثلث بندی Delaunay و پیشنهاداتی برای بهبود Voronoi.سمینار کارشناسی ارشد. محسن جعفری ، اسفند ۱۳۸۰

[1] constraint