

راهنمای کاربر سری فوریه

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

دکتر هادی علی اکبریان

پاییز ۱۳۹۶

فهرست مطالب

۱	۱ پیشنهاد
۱	۲ توضیح مختصری از سری فوریه
۳	۳ آموزش استفاده از نرم افزار
۶	۴ درباره ما

۱ پیشنهاد

برای اجرای این برنامه نیاز به JRE دارید که راهنمای نصب آن در فایل Java Installing موجود میباشد.

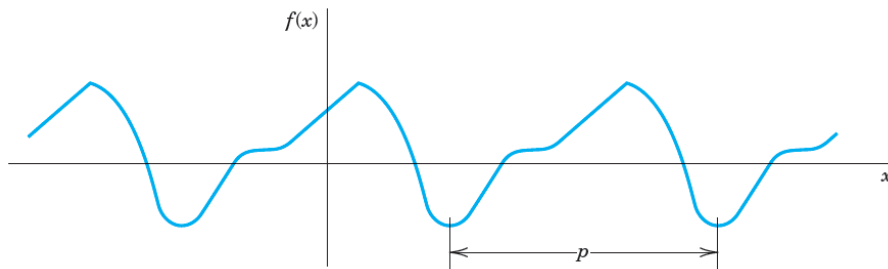
۲ توضیح مختصری از سری فوریه^۱

سری فوریه بسطی است که یک تابع متناوب را به صورت حاصل جمع تعدادی نامتناهی از توابع نوسانی ساده (سینوسی، کسینوسی یا تابع نمایی مختلط) بیان می‌کند. سری فوریه در مهندسی و ریاضیات کاربردی اهمیت زیادی دارد. برای تعریف آن، ابتدا چند مفهوم را بررسی میکنیم.

اگر تابع $f(x)$ برای تمام x های حقیقی تعریف شده باشد و داشته باشیم:

$$(1) \quad f(x+p) = f(x)$$

در این صورت $f(x)$ را یک تابع متناوب با دوره تناوب p گوئیم که در آن $p > 0$ فرض شده است.



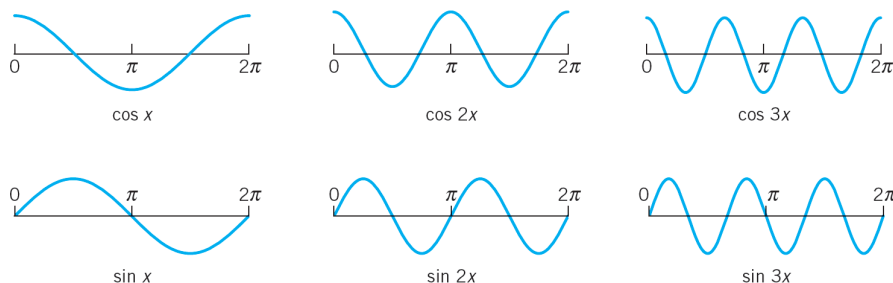
شکل ۱: تابع متناوب با دوره تناوب p

^۱ برگرفته از ریاضیات مهندسی پیشرفته، ویرایش دهم، Erwin Kreyszig

نمودار یک تابع متناوب را میتوان با تکرار نمودار آن در محدوده p بدست آورد، و کوچکترین دوره تناوب نمودار، تناوب پایه نامیده میشود.
 توابع \sin, \cos, \tan, \cot از آشناترین توابع متناوب میباشند، و توابعی مانند $\ln x, \cosh x, e^x, x^3, x^2, x$ نمونه‌هایی از توابع غیرمتناوب‌اند.
 اگر p دوره تناوب تابع $f(x)$ باشد، برای تمام x های حقیقی داریم:

$$(۲) \quad f(x + np) = f(x) \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

همچنین اگر $f(x)$ و $g(x)$ دوره تناوب p داشته باشند، تابع $af(x) + bg(x)$ نیز به ازای هر مقدار ثابت a و b دارای دوره تناوب p است.



شکل ۲: توابع مثلثاتی متناوب سینوس و کسینوس

سری زیر را که در آن تمام ضرایب حقیقی‌اند، در نظر میگیریم:

$$(۳) \quad a_0 + a_1 \cos x + b_1 \sin x + a_2 \cos 2x + b_2 \sin 2x + \dots$$

این سری که می‌توان آن را به صورت زیر نوشت، یک سری مثلثاتی نام دارد:

$$(۴) \quad a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx).$$

با توجه به اینکه n یک عدد درست است، در صورتی که این سری همگرا باشد، دوره تناوب آن 2π خواهد بود.

سپس تابع $f(x)$ را با دوره تناوب 2π در نظر میگیریم و آن را به صورت یک سری مثلثاتی مینویسیم. به عبارت دیگر ضرایب $a_0, a_1, b_1, a_2, b_2, \dots$ را طوری بدست می‌آوریم که سری (۴) معادل با $f(x)$ باشد. در نتیجه با فرض همگرا بودن سری داریم:

$$(۵) \quad f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

رابطه (۵)، بسط فوريه تابع متناوب $f(x)$ است و ضرايب آن از طريق روابط زير که موسوم به روابط اولر ميباشند، محاسبه ميشوند:

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx \quad n = 1, 2, \dots$$

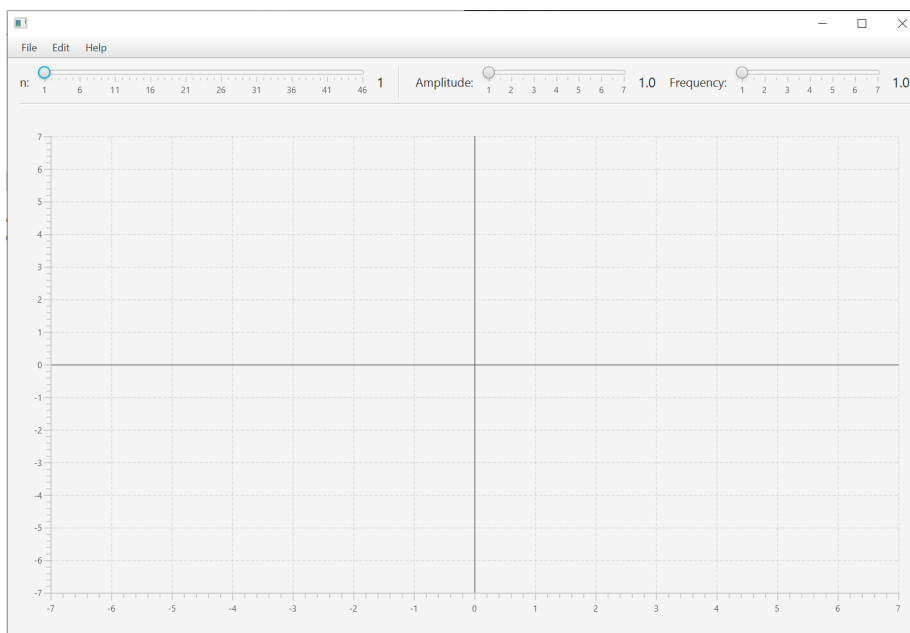
$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx \quad n = 1, 2, \dots$$

۳ آموزش استفاده از نرم افزار

برای استفاده از این نرم افزار ميتوانيد آن را از طرق لينک زير دانلود نماييد:

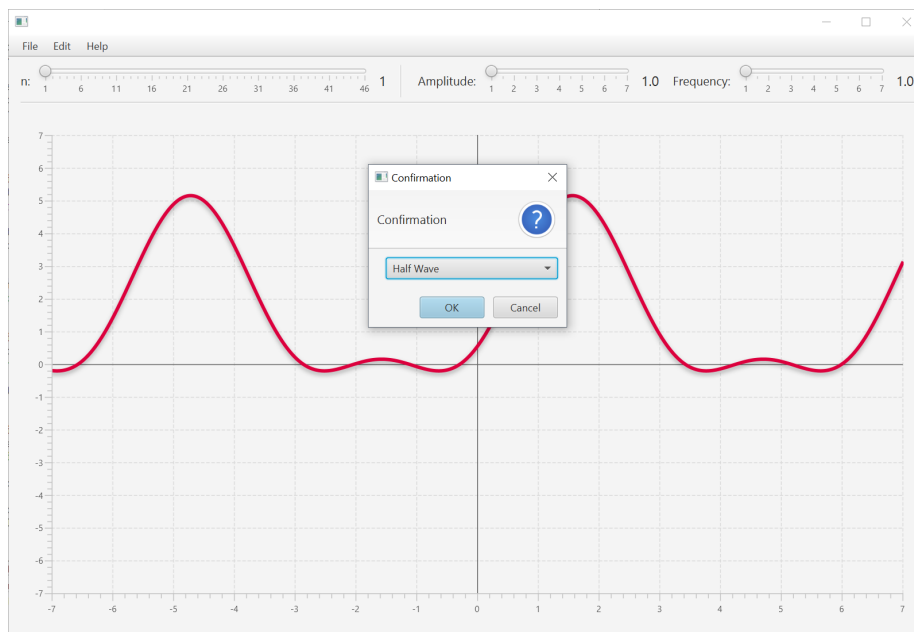
<https://wp.kntu.ac.ir/aliakbarian/pde/visualizations/fourier-transform/FourierFX.jar>

پس از اجراي برنامه صفحه‌اي مانند شکل ۳ مشاهده خواهيد کرد:



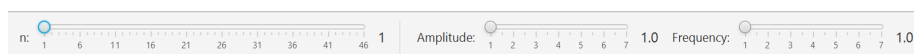
شکل ۳: نماي اوليه برنامه

در نوار منوی بالای برنامه ۳ گزینه مشاهده میشود، که با انتخاب گزینهی File میتوانید مسیر جاری برنامه را در به صورت عکس، ذخیره کنید. گزینهی بعدی (Edit) برای انتخاب تابع دلخواه میباشد و با استفاده از گزینهی آخر (Help) میتوانید اطلاعاتی درمورد برنامه مشاهده نمایید. برای استفاده از برنامه، در ابتدا باید یک تابع از منوی Edit انتخاب نمایید. برای مثال در شکل ۴ تابع Half Wave انتخاب شده است.



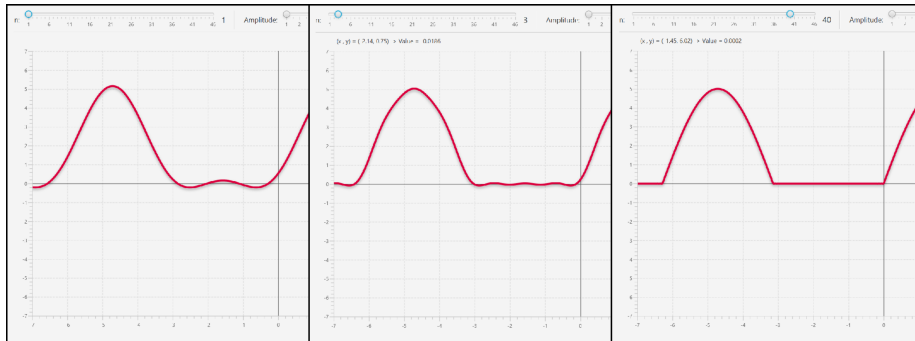
شکل ۴: انتخاب تابع Half Wave

همانطور که در تصویر ۵ مشاهده میشود، در برنامه اسلایدرهای Amplitude، Frequency و n وجود دارد.



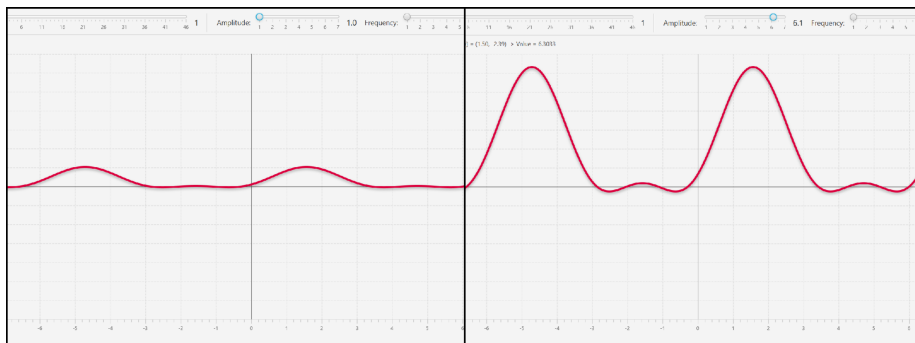
شکل ۵: اسلایدرها

اسلایدر n برای تعیین تعداد جملات جمع شونده برای محاسبه سری فوریه و رسم نمودار میباشد. با توجه به شکل ۶، هرچه تعداد جملات بیشتر باشد، نمودار رسم شده به تابع انتخابی شما نزدیکتر میباشد.



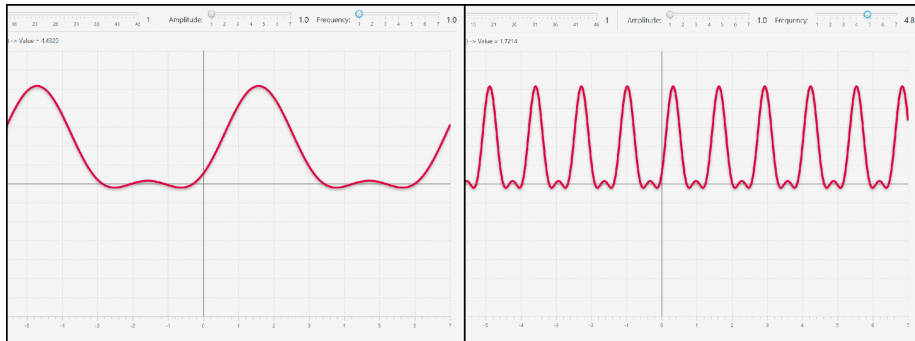
شکل ۶: رسم نمودار بهتر با افزایش تعداد جملات (اسلایدر n)

اسلایدر Amplitude برای افزایش دامنه نوسان نمودار سری فوریه میباشد: (شکل ۷)



شکل ۷: اسلایدر Amplitude

با استفاده از اسلایدر Frequency نیز میتوان مانند شکل ۸، فرکانس نمودار را تغییر داد.



شکل ۸: اسلایدر Frequency

۴ درباره ما

راهنما توسط **کوثر فیضی** در تاریخ ۱۳۹۶/۸/۲۵ تهیه شده است.
 نرم افزار توسط **محمد حسین ریماز** در تاریخ ۱۳۹۵/۳/۲۸ تهیه شده است.
 تحت نظارت دکتر **هادی علی اکبریان** فعالیت ها انجام شده است.
 دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی.
 دانشکده برق و کامپیوتر.
 کلیه حقوق مادی و معنوی این مجموعه متعلق به دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی است.