راهنمای کاربر تار مرتعش

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

دکتر هادی علی اکبریان

پاییز ۱۳۹۶

فهرست مطالب

۱ پیشنیاز ۱

۲ توضیح مختصری از تار مرتعش و موج ۱

۳ آموزش استفاده از نرم افزار ۳

۴ درباره ما ۸

۱ پیشنیاز

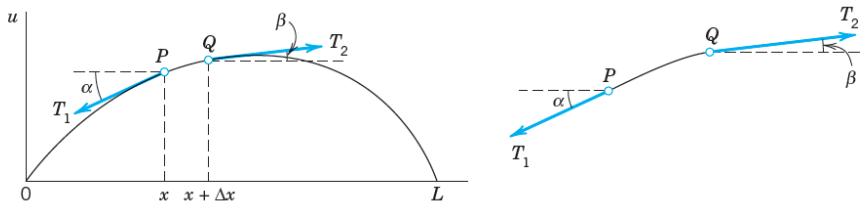
برای اجرای این برنامه نیاز به JRE دارید که راهنمای نصب آن در فایل Java Installing موجود میباشد.

۲ توضیح مختصری از تار مرتعش و موج[۱]

ارتعاش تار نمونه‌ای از حرکت موج است، که ارتعاش آن را در نقطه دلخواه x و در لحظه t با $u(x,t)$ نشان میدهیم.
برای بررسی معادله ارتعاش تار فرض میکنیم که نخ از حالت تعادل خارج شده و سپس در لحظه‌ای مانند $t=0$ رها شده و به ارتعاش درآید. برای بدست آوردن $u(x,t)$ برای یک تار محکم و نازک به طول l که دو انتهای آن ثابت و بدون حرکت است، مسئله را به صورت زیر مدلسازی میکنیم:
ـ جرم تار برای واحد طول ثابت میباشد، یعنی نخ همگن است. نخ کشسان بوده و هیچگونه مقاومتی در مقابل خمش از خود نشان نمیدهد.
ـ جنس تار از ماده‌ای همگن است و بسیار سبک میباشد، به گونه‌ای که بتوان از نیروی وزن آن صرف نظر کرد.
ـ نیروی کششی که براثر کشیدن نخ قبل از ثابت کردن دو سر آن ایجاد میشود بسیار بزرگ بوده و نیروی جاذبه وارد بر نخ در مقابل آن قابل چشم پوشی میباشد.
ـ حرکت تار یک ارتعاش کوچک عرضی در صفحه‌ای قائم است، یعنی هر قسمت نخ تنها به صورت قائم حرکت مینماید، و قدرمطلق انحراف و شیب نخ در هر نقطه کوچک میباشد.

با این فرض ها نیروهایی را که بر قسمت کوچکی از تار وارد میشوند مورد بررسی قرار میدهیم.
با توجه به شکل ۱ ،فرض میکنیم T_1 و T_2 نیروهای کشش نخ در نقاط انتهایی P و Q قسمت مورد بررسی نخ باشند.

[۱] برگرفته از ریاضیات مهندسی پیشرفته، ویرایش دهم، Erwin Kreyszig



شکل ۱: نخ مرتعش در زمان ثابت t

چون حرکتی در امتداد افقی نداریم، پس مجموعه نیروها در امتداد محور x صفر است و داریم:

$$\sum F_x = 0$$

$$T_1 cos\alpha = T_2 cos\beta = T = \text{ثابت} \qquad (۱)$$

در امتداد عمودی نیز برای طول Δx از نخ با جرم واحد طول ρ داریم:

$$T_2 cos\beta - T_1 cos\alpha = \rho \Delta x \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

با توجه به معادله (۱) داریم:

$$\frac{T_2 sin\beta}{T_2 cos\beta} - \frac{T_1 sin\alpha}{T_1 cos\alpha} = tan\beta - tan\alpha = \frac{\rho \Delta x}{T} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad (۲)$$

که $tan\alpha$ و $tan\beta$ ضریب زاویه‌های منحنی نخ در x و $x + \Delta x$ میباشند، یعنی:

$$tan\beta = \left[\frac{\partial u}{\partial x}\right] |_{x+\Delta x}$$

$$tan\alpha = \left[\frac{\partial u}{\partial x}\right] |_{x}$$

از تقسیم معادله (۲) بر Δx داریم:

$$\frac{1}{\Delta x} \left\{ \left[\frac{\partial u}{\partial x}\right] |_{x+\Delta x} - \left[\frac{\partial u}{\partial x}\right] |_{x} \right\} = \frac{\rho}{T} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

اگر$\Delta x \to 0$ معادله زیر حاصل میشود که به معادله موج یک بعدی موسوم است:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

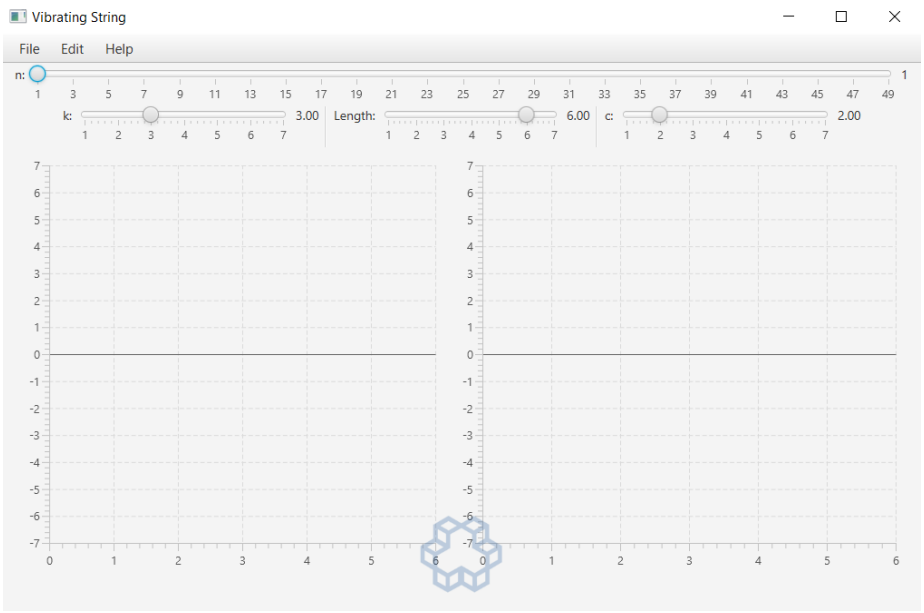
که در آن $c^2 = \frac{T}{\rho}$ میباشد.

۳ آموزش استفاده از نرم افزار

برای استفاده از این نرم افزار میتوانید آن را از طرق لینک زیر دانلود نمایید:

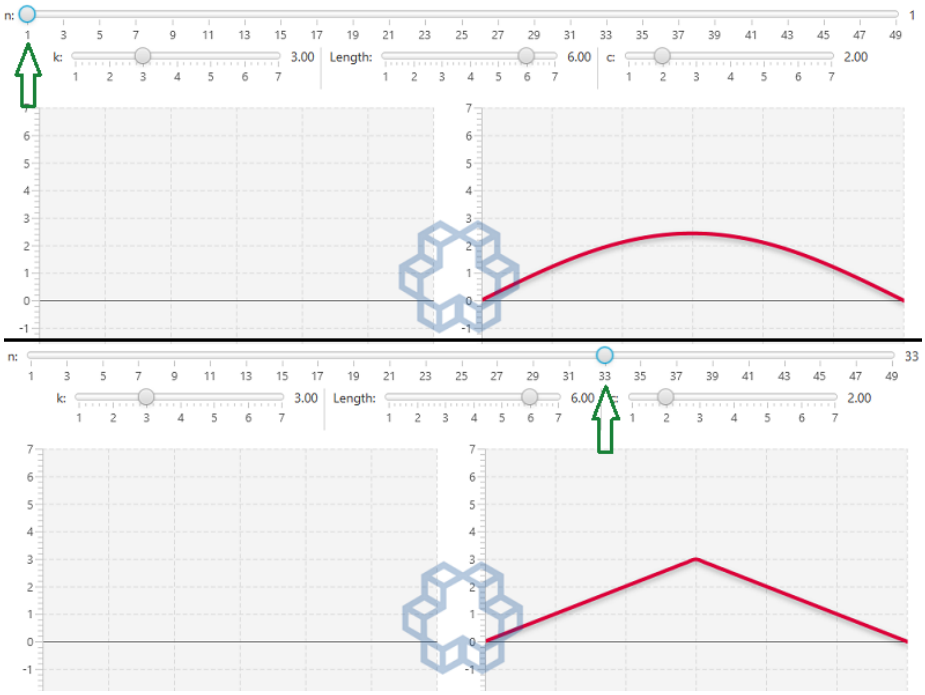
https://wp.kntu.ac.ir/aliakbarian/pde/visualizations/vibrating-string/VibratingStringFX.jar

پس از اجرای برنامه صفحه‌ای مانند شکل ۲ مشاهده خواهید کرد:
که در آن اسلایدرهای Length، k، c، n وجود دارد.



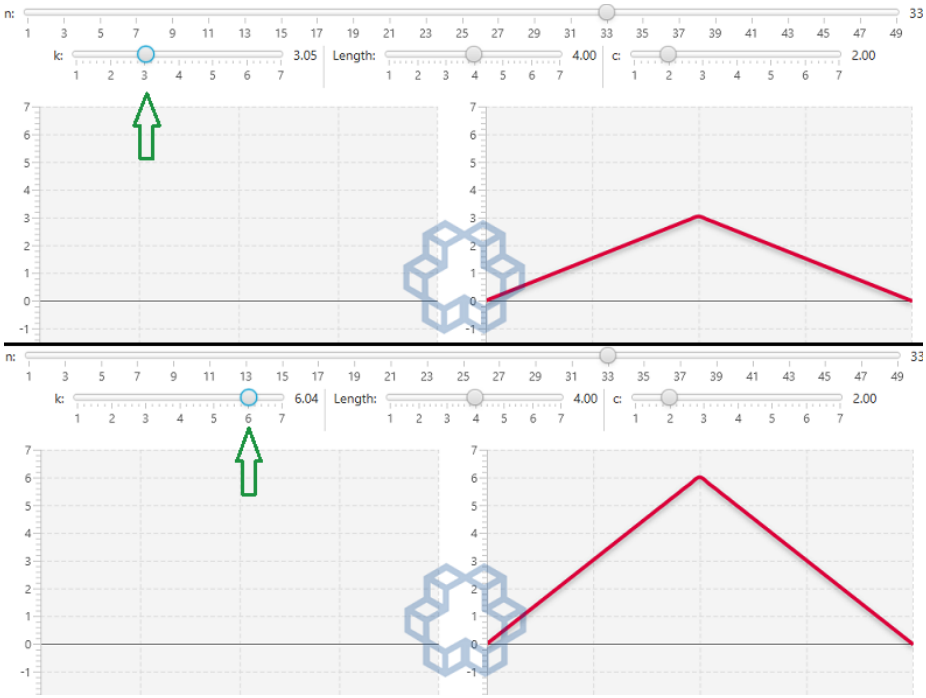
شکل ۲: نمای اولیه برنامه

اسلایدر n برای مشخص کردن تعداد جملات جمع شونده برای محاسبه معادله موج میباشد.
همانطور که در شکل ۳ مشاهده میکنید با افزایش n نمودار بهتر و دقیق‌تری بدست می‌آید.



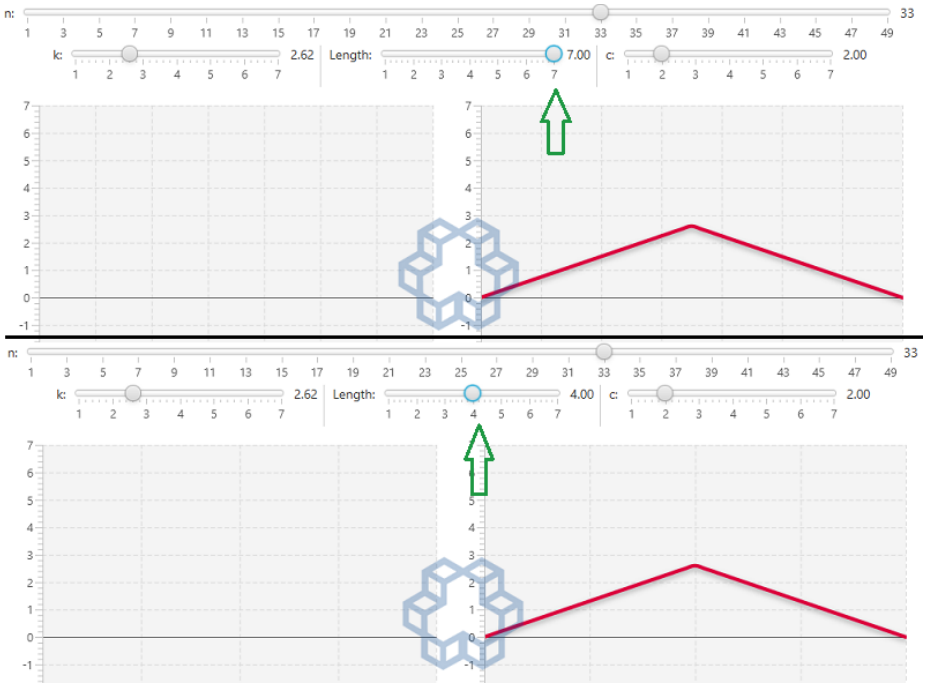
شکل ۳: اسلایدر n

با استفاده از اسلایدر k میتوان موقعیت تار در t=۰ را مشخص نمود: (شکل ۴)



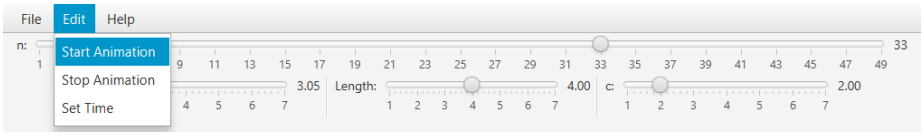
شکل ۴: اسلایدر k

اسلایدر Length نیز برای تعیین طول تار میباشد: (شکل ۵)



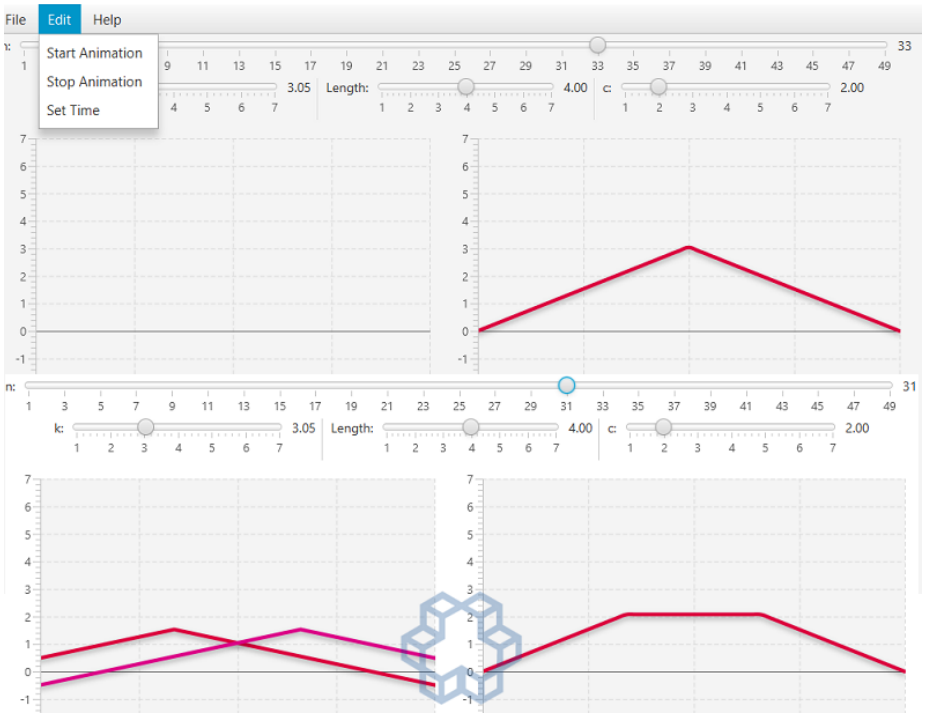
شکل ۵: اسلایدر Lengh

اسلایدر c نیز سرعت اولیه‌ای که برای ارتعاش به تار میدهیم را مشخص میکند.
همچنین در نوار بالای برنامه ۳ گزینه‌ی File، Edit و Help وجود دارد.
با انتخاب File میتوان صفحه جاری را در قالب عکس ذخیره نمود. گزینه Help نیز شامل اطلاعاتی درمورد برنامه میباشد.
و همانطور که در شکل ۶ مشاهده میشود، Edit شامل سه گزینه میباشد که Start Animation و Stop Animation به ترتیب برای شروع و توقف انیمیشن میباشند.



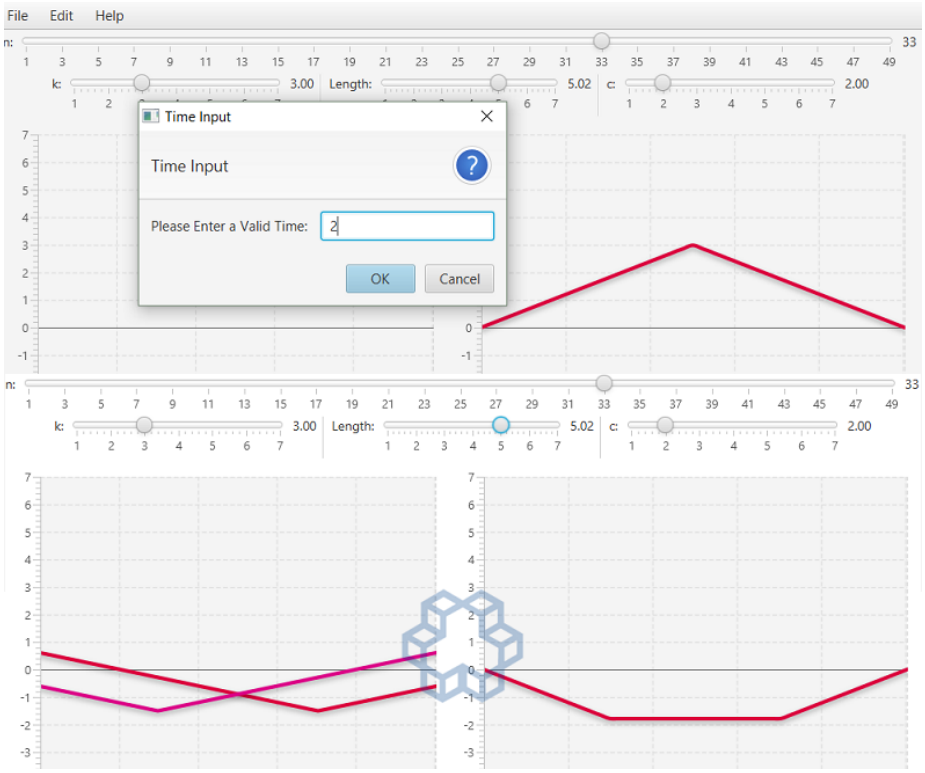
شکل ۶: گزینه‌های اجرایی برنامه

پس از تنظیم اسایدارها و انتخاب Start Animation میتوان انیمیشن شبیه سازی ارتعاش تار را مشاهده نمود.
با توجه به شکل ۷ که وضعیت تار را در لحظه‌ای از حرکت نشان میدهد، ترکیب موج‌های رونده(سمت چپ) منجر به پاسخ کل(سمت راست) میشود.



شکل ۷: نمودار موج‌های رونده و موج کل

آخرین گزینه‌ی Edit، Set Time است که برای نمایش نمودار در لحظه دلخواه (در بازه تعریف شده برای t) میباشد. مانند شکل ۸ :



شکل ۸: نمودار در لحظه دلخواه $t = 2$

۴ درباره ما

راهنما توسط کوثر فیضی در تاریخ ۱۳۹۶/۸/۲۵ تهیه شده است.
نرم افزار توسط محمد حسین ریماز در تاریخ ۱۳۹۵/۳/۲۸ تهیه شده است.
تحت نظارت دکتر هادی علی اکبریان فعالیت ها انجام شده است.
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی.
دانشکده برق و کامپیوتر.
کلیه حقوق مادی و معنوی این مجموعه متعلق به دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی است.