

حل معادلات الکتروشیمیایی حاکم بر باتری‌های لیتیوم-یون با استفاده از

الگوریتم ریتز

سیاوش عزیزی*

دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

sazizi@mail.kntu.ac.ir

فرشاد ترابی

عضو هیئت علمی دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

چکیده:

در پایان‌نامه حاضر معادلات الکتروشیمیایی حاکم بر باتری‌های لیتیوم-یون به صورت نیمه تحلیلی با استفاده از روش ریتز حل می‌شود. این معادلات شامل یک دستگاه معادلات دیفرانسیل جزئی بوده که حل آنها به طور کلاسیک با استفاده از روش‌های دینامیک سیالات عددی صورت می‌گرفته است؛ اما با یک ابتکار جالب برای این معادلات حل تحلیلی به دست آورده شده است. هدف اصلی بدست آوردن تابعی بر حسب زمان و مکان برای توزیع غلظت در باتری‌های لیتیوم-یون می‌باشد. با مقایسه نتایج بدست آمده با مقالات و داده‌های تجربی موجود در منابع علمی به کارآمدی این روش‌ها برای باتری‌های لیتیوم-یون می‌رسیم. روش‌های مورد استفاده اگرچه دقت بالای روش‌های مبتنی بر محاسبات دینامیک سیالاتی را ندارد اما در مقایسه با این روش‌ها از پیچیدگی کمتر و سرعت بیشتر برخوردار است. حداکثر خطای محاسباتی در این روش در بدترین شرایط حدود ۳ درصد است که برای استفاده در مواردی همچون طراحی باتری ماشین، موبایل و غیره بسیار مناسب می‌باشد.

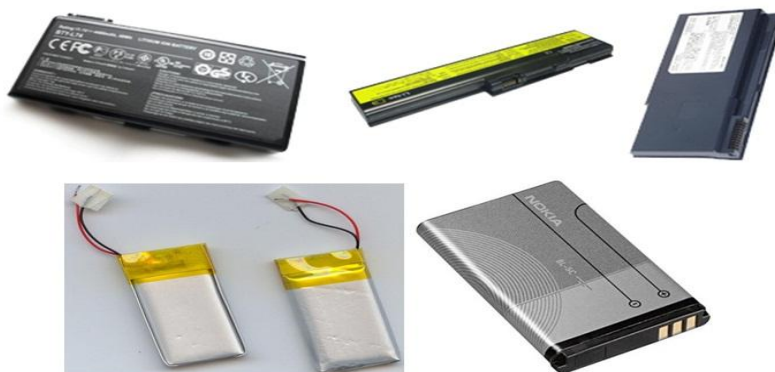
واژه‌های کلیدی: باتری لیتیوم-یون، روش ریتز، دینامیک سیالات عددی

مقدمه:

اولین بار در سال ۱۷۸۶ گالوانی از مواد شیمیایی برای تولید الکتریسیته استفاده کرد که بعدها این پیل‌ها به پیل‌های گالوانی مشهور شدند. از سال ۱۸۰۰ به بعد پیشرفت زیادی در زمینه باتری‌ها صورت گرفت اما اولین باتری‌های قابل شارژ سرب-اسید که امروزه نیز در خودروها بسیار از آنها استفاده می‌شود در سال ۱۸۵۹ ساخته شد. تحول بعدی در باتری‌های قابل شارژ در سال ۱۹۶۰ با ساخت باتری‌های نیکل-کادمیوم (Ni-Cd) رخ داد اما این باتری‌ها نیز در سال ۱۹۹۰ جای خود را به باتری‌های جدید نیکل-هیدرید فلز (Ni-MH) دادند. در سال‌های اخیر با به کارگیری نانوذرات مختلف در این باتری‌ها بازده آنها به مقدار قابل ملاحظه‌ای افزایش یافته است.

در عصر حاضر صنعت الکترونیک پیشرفت چشمگیری نموده است و به دلیل گسترش ارتباطات و فناوری اطلاعات وسایل الکترونیکی قابل حمل همچون گوشی‌های تلفن همراه، لبتاپ‌ها، آی‌پدها و غیره توسعه یافته‌اند. تامین انرژی به صورت آسان و با بازده بالا برای توسعه این وسایل یک ضرورت مهم و انکارناپذیر است. این تا به حدی است که می‌توان باتری را مهمترین قسمت وسایل الکترونیک قابل حمل دانست. همچنین امروزه به دلیل مشکلات ایجاد شده به واسطه آلودگی هوا و محیط زیست، شرکت‌های بزرگ خودروسازی سالانه هزینه‌های زیادی را صرف ساخت خودروهای الکتریکی و هیبریدی می‌نمایند که از مهمترین چالش‌ها در ساخت این خودروها تامین انرژی الکتریکی مورد نیاز آنها می‌باشد.

دانشمندان و محققان با انجام آزمایش‌های زیادی بهترین گزینه برای رفع این مشکل را استفاده از باتری‌های قابل شارژ جهت ذخیره‌سازی انرژی الکتریکی در این خودروها می‌دانند.



شکل (۱): نمایی از چند باتری لیتیومی

در حال حاضر، باتری‌های لیتیم-یون از جمله با پتانسیل‌ترین گزینه‌ها جهت پیشرفت شناخته شده‌اند؛ به طوری که در اغلب وسایل الکترونیکی امروزی از باتری‌های لیتیم-یون استفاده می‌شود و گروه‌های زیادی در سراسر دنیا در حال تحقیق جهت بهبود عملکرد این نوع باتری‌ها هستند. شکل (۱) نمونه‌هایی از چند باتری لیتیومی ساخته شده در ابعاد مختلف جهت کاربردهای گوناگون را نمایش می‌دهد.

علت اصلی استفاده فراوان از باتری‌های لیتیم-یون زیاد بودن ولتاژ، چگالی انرژی و توان بالای آن می‌باشد. به طور کلی هر باتری از سه بخش اصلی الکترودمثبت، الکترودمنفی و الکترولیت تشکیل شده است. در باتری‌های لیتیم-یون، الکترودمثبت یا کاتد از یک ترکیب لیتیومی مانند لیتیم‌منگنزاکسید LiMn_2O_4 و الکترودمنفی یا آنُد از کربن LiC_6 ساخته شده و یک لایه جدا کننده در بین آن‌ها قرار دارد. اهمیت زیاد لیتیم‌منگنزاکسید به دلیل ساختار مکعبی^۱ آن است. موارد دیگر همچون LiNiO_2 و LiCoO_2 دارای ساختار هگزاگونال^۲ می‌باشند.

الکترولیت در باتری‌های لیتیومی نیز از نمک لیتیم در یک حلال آلی ساخته شده است. از نمک‌های لیتیومی معروف می‌توان LiClO_4 , LiBF_6 , LiPF_6 و حلال‌های آلی همچون اتر را نام برد. استفاده از حلال آلی در نقش الکترولیت به دلیل اشتعال‌زا بودن نیازمند انجام پاره‌ای از اقدامات ایمنی است. اقدامات ایمنی^۳ و همچنین موارد دیگری که برای بهبود عملکرد باتری‌های لیتیومی به کار گرفته می‌شوند، مهندسی ساختار الکترولیت را بسیار پیچیده می‌نماید.

دویل و نیومن [1] اولین مدل باتری‌های لیتیم-یون با در نظر گرفتن تخلخل الکترودها و تئوری غلظت در حلال را ارائه دادند. مدل‌های یک بعدی رواج داده شده توسط ایشان و همکارانش با استفاده از معادله باتلر-ولمر^۴ که محدودیت انتقال ذرات در الکترودها را نشان می‌دهد باعث باز شدن عرصه جدیدی در علم باتری‌های لیتیم-یون و لیتیم-پلیمر شد [2].

در حالیکه مدل ارائه شده دوپل و همکارانش [3] بادر نظر گرفتن جریان ثابت دشارژ به پیش‌بینی ولتاژ در سل پرداخته، که در خودروهای هیبریدی از اهمیت بالایی برخوردار است. مطالعه رفتار حرارتی باتری‌ها نیز به دلیل کاهش کارایی و احتمال انفجار در دماهای بالا از اهمیت بالایی برخوردار است. این مسأله به دو روش تجربی و مدل‌سازی کامپیوتر بررسی شده است. گو و وانگ [4] بامدل کردن جریان ثانویه برای یک باتری بزرگ خودرووی الکتریکی این مسأله را بررسی کردند.

باتوجه به روش‌های شبیه‌سازی همچون مدار معادل، جعبه سیاه و غیره مقالات سالهای اخیر در مورد باتری‌های لیتیم-یون گرایش زیادی به طرف حل دقیق و استفاده از روش‌های نوین همچون دینامیک سیالات محاسباتی داشته است.

بنابر سخت و زمان بر بودن روش‌های مبتنی بر دینامیک سیالات محاسباتی روش‌هایی به نام روش مهندسی ابداع شده است که با فرضیات نزدیک به واقعیت به شبیه‌سازی باتری‌ها می‌پردازد.

^۱ Spinel

^۲ Hexagonal

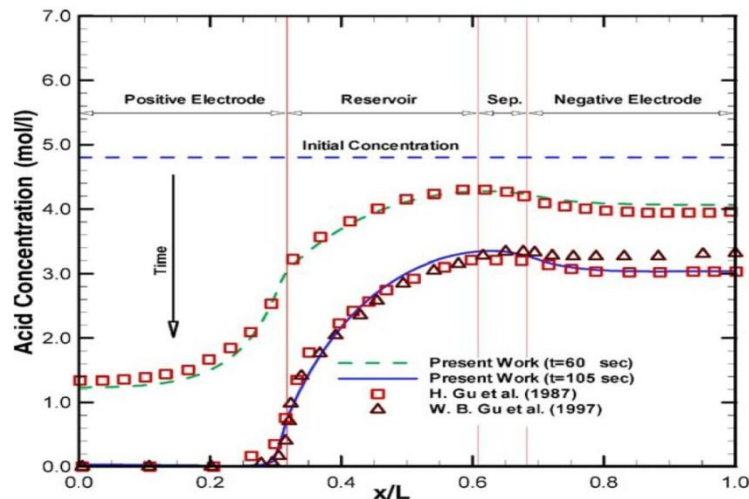
^۳ حدود ۱ درصد از باتری‌های لیتیم-یون در معرض اشتعال قرار دارند.

^۴ Buttlar-Volmer

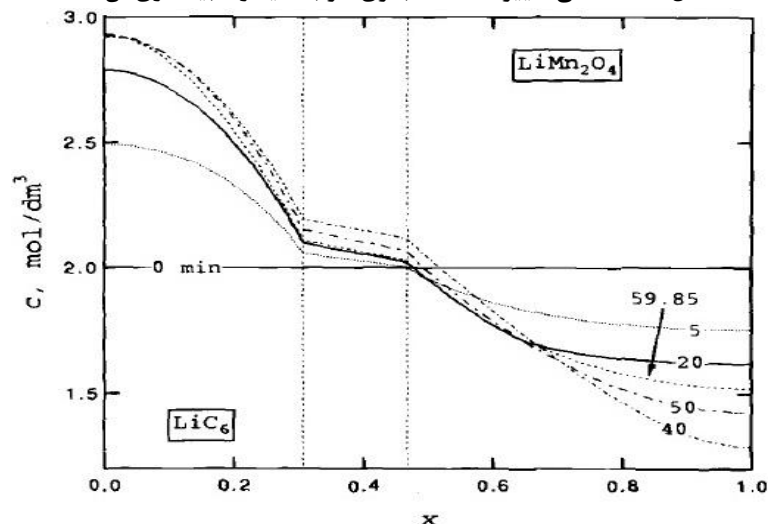
معادلات حاکم بر دینامیک باتری شامل یک دستگاه معادلات دیفرانسیل جزئی است که حل آن از لحاظ عددی بسیار دشوار و زمان‌بر است. اما نتایج حاصل از مطالعات تجربی در باتری‌های سرب-اسید [5] نشان می‌دهد که تغییرات بسیاری از پارامترها در راستای ضخامت باتری بسیار ناچیز بوده و می‌توان از گرادیان آنها صرف‌نظر نمود.

روش مهندسی با استفاده از فرض‌هایی دستگاه معادلات دیفرانسیل جزئی را تبدیل به دستگاه معادلات جبری می‌کند. اصفهانیان و ترابی [6] در سال ۲۰۰۶ با استفاده از روش مهندسی در باتری‌های سرب-اسید به حل معادلات حاکم پرداختند که در شکل (۲) نتایج حاصل از شبیه‌سازی یک باتری سرب-اسید نشان داده شده است. با توجه به شکل (۲) می‌توان گفت که به دلیل کم بودن تغییرات غلظت در الکترودهای مثبت و منفی حتی با در نظر نگرفتن گرادیان تغییرات در الکترودها می‌توان به شبیه‌سازی با خطای پایین برای باتری‌های سرب-اسید رسید.

اما در باتری‌های لیتیوم-یون به دلیل زیاد بودن گرادیان غلظت در الکترودهای مثبت و منفی همچون شکل (۳) نمی‌توان از روش مهندسی جواب‌های قابل قبولی گرفت. به همین دلیل باید به دنبال روش‌های دیگری برای شبیه‌سازی باتری‌های لیتیوم-یون بود.



شکل (۲): منحنی تغییرات غلظت باتری سرب-اسید و شبیه‌سازی آن [6]

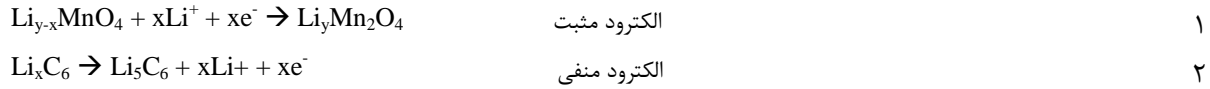


شکل (۳): منحنی تغییرات غلظت باتری لیتیوم-یون [1]

کاظمی [7] در سال ۱۳۹۰ پایان‌نامه خود را در مورد همین موضوع به انجام رسانید و با فرض ثابت گرفتن غلظت در الکترودهای مثبت و منفی به دلیل زیاد بودن خطا، به این نتیجه رسید که نباید غلظت در الکترودها را ثابت فرض کرد. هدف اصلی این مقاله پیدا کردن بهترین تابع برای غلظت در الکترودها می‌باشد.

معادلات حاکم بر باتری ها:

در باتری لیتیوم-یون مورد نظر از Li_xC_6 به عنوان الکترود منفی و از $\text{Li}_y\text{Mn}_2\text{O}_4$ به عنوان الکترود مثبت استفاده شده است. واکنش شیمیایی که در سطح الکترود و الکترولیت رخ می‌دهد، به صورت زیر است:



معادله واتلر-بالمر در باتری ها با شکل زیر است:

$$\frac{\partial(\varepsilon c)}{\partial t} = \nabla(D^{\text{eff}}\nabla c) + \frac{1-t_+}{F}j - \frac{i\nabla t_+}{F} \quad 3$$

که در آن t_+ عدد انتقال Li^+ با توجه به سرعت حلال است و بر حسب آمیختگی الکترولیت و حلال می‌تواند تابعی از غلظت الکترولیت باشد. با فرض ثابت گرفتن عدد انتقال یون لیتیوم آخرین جمله سمت راست معادله ۳ حذف می‌گردد.

روش ریتز: [8] Ritz method

در روش ریتز ابتدا تابع جواب معادله دیفرانسیل را حدث زده و سپس با استفاده از شرایط اولیه و مرزی و جایگذاری در تابع دیفرانسیل ضرایب مجهول را پیدا می‌کنیم.

بافرض:

$$C(x, t) = \sum_{i=1}^n a_i \varphi_i(x, t) \quad 4$$

بافرض جداپذیر بودن توابع زمانی و مکانی داریم:

$$C(x, t) = \sum_{i=1}^n a_i X_i(x) T_i(t) \quad 5$$

این روش به دلیل صحیح و خطا بودن زمان بسیاری را تارسیدن به تابع هدف لازم دارد زیرا باید نوع توابع زمانی و مکانی را حدث بزینم. نحوه حدث زدن نیز باید به گونه باشد که کل شرایط مسئله را رعایت نماید.

با نوشتن معادلات برای سه بخش اصلی الکترود مثبت و منفی و الکترولیت معادلات غلظت به صورت زیر خواهند شد:

$$\begin{cases} \text{I} & \varepsilon_n \frac{\partial c_1}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 c_1}{\partial x^2} + \frac{1-t_+}{F}j & 0 < x < L_1 & \text{negative} \\ \text{II} & \varepsilon_s \frac{\partial c_r}{\partial t} = D_s \frac{\partial^2 c_r}{\partial x^2} & L_1 < x < L_r & \text{separator} \\ \text{III} & \varepsilon_p \frac{\partial c_r}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 c_r}{\partial x^2} + \frac{1-t_+}{F}j & L_r < x < L_r & \text{positive} \end{cases} \quad 6$$

ثابت پخش موثر D که اثر پیچ و خم مسیر حرکت یون ها را در نظر می‌گیرد با استفاده از رابطه براگمن به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} D_n &= D^{\text{ref}} \varepsilon_n^{1.5} \\ D_p &= D^{\text{ref}} \varepsilon_p^{1.5} \end{aligned} \quad 7$$

J جریان ردوبدل شده در نتیجه واکنش جای گرفتن یون لیتیوم یا جداسدن آن در سطح مشترک الکترود و الکترولیت که منجر به تولید یا مصرف یون های لیتیوم می‌شود.

و شرایط اولیه و مرزی:

$$\begin{aligned} \frac{\partial c_1}{\partial x_{x=0}} &= \frac{\partial c_r}{\partial x_{x=L_r}} = 0 \\ D_n \frac{\partial c_1}{\partial x_{x=L_1}} &= D_p \frac{\partial c_r}{\partial x_{x=L_r}} \\ c_1(L_1, t) &= c_r(L_1, t) = C_1 \\ c_r(L_r, t) &= c_r(L_r, t) = C_2 \end{aligned} \quad 8$$

$$c_1(x, \cdot) = c_r(x, \cdot) = c_p(x, \cdot) = C,$$

حال به دلیل اینکه تغییرات غلظت در داخل سیپراتور مقدار بسیار کمی است فرض می کنیم:

$$c_r(x, t) = (ax^r + bx + c)e^{\lambda t} + C, \quad 9$$

شرایط اولیه را صدق می دهیم:

$$\frac{\partial c_r}{\partial t} = \lambda(ax^r + bx + c)e^{\lambda t} \quad 10$$

$$\frac{\partial^r c_r}{\partial x^r} = \tau a$$

با جایگذاری در معادله ۹ :

$$\varepsilon_r \lambda (ax^r + bx + c)e^{\lambda t} = D_s * \tau a \quad \mapsto \quad a, b, c = 0 \quad 11$$

در نتیجه:

$$c_r(x, t) = C, \quad 12$$

حال با حدث زدن تابع غلظت ها به این صورت:

$$c_1(x, t) = C_1(x)e^{\lambda t} \quad 13$$

$$c_r(x, t) = C_r(x)e^{\lambda t}$$

به این معنی که توابع زمانی و مکانی از هما جدا هستند و تابع زمانی دارای ثابت زمانی $1/\lambda$ می باشد. جواب کلی دارای دو بخش اصلی جواب گذرا و ماندگار است:

$$c(x, t) = c_p(x, t) + c_n(x, t) \quad 14$$

جواب حالت ماندگار در حالت $j = 0$ بدست می آید. معادلات در حالت ماندگار به صورت زیر می باشند:

$$I \quad \varepsilon_n \frac{\partial c_1}{\partial t} = D_n \frac{\partial^r c_1}{\partial x^r} \quad 0 < x < L_1 \quad 15$$

$$III \quad \varepsilon_p \frac{\partial c_r}{\partial t} = D_p \frac{\partial^r c_r}{\partial x^r} \quad L_r < x < L_r$$

با جایگذاری معادله غلظت در معادلات بالاداریم:

$$\varepsilon_n \lambda C_n - D_n C_n'' = 0 \quad 0 < x < L_1 \quad 16$$

$$\varepsilon_p \lambda C_p - D_p C_p'' = 0 \quad 0 < x < L_r$$

جواب ها:

$$C_n(x) = C_{1n} e^{\beta_n x} + C_{2n} e^{-\beta_n x} \quad 17$$

$$C_p(x) = C_{1p} e^{\beta_p x} + C_{2p} e^{-\beta_p x}$$

$$\lambda = \frac{D_n \beta_n^r}{\varepsilon_n} = \frac{D_p \beta_p^r}{\varepsilon_p}$$

با جایگذاری در شرایط اولیه داریم:

$$\frac{\partial c_1}{\partial x_{x=0}} = \beta_n (C_{1n} e^{\beta_n \cdot} - C_{2n} e^{-\beta_n \cdot}) = 0 \quad \mapsto \quad C_{1n} - C_{2n} = 0$$

$$\frac{\partial c_r}{\partial x_{x=L_r}} = \beta_p (C_{1p} e^{\beta_p L_r} - C_{2p} e^{-\beta_p L_r}) = 0 \quad \mapsto \quad C_{1p} e^{\beta_p L_r} - C_{2p} e^{-\beta_p L_r} = 0$$

$$D_n \frac{\partial c_1}{\partial x_{x=L_1}} = D_p \frac{\partial c_r}{\partial x_{x=L_r}} \quad 18$$

$$D_n \beta_n (C_{1n} e^{\beta_n L_1} - C_{2n} e^{-\beta_n L_1}) = D_p \beta_p (C_{1p} e^{\beta_p L_r} - C_{2p} e^{-\beta_p L_r})$$

$$c_1(L_1, \tau) = c_r(L_r, \tau)$$

$$C_{1n} e^{\beta_n L_1} + C_{2n} e^{-\beta_n L_1} = C_{1p} e^{\beta_p L_r} - C_{2p} e^{-\beta_p L_r}$$

حال ۴ معادله با ۵ مجهول داریم. اگر ماتریس معادلات بالا را تشکیل دهیم داریم:

$$M = \begin{pmatrix} D_n \beta_n e^{\beta_n L_1} & -D_n \beta_n e^{-\beta_n L_1} & -D_p \beta_p e^{\beta_p L_1} & D_p \beta_p e^{-\beta_p L_1} \\ e^{\beta_n L_1} & e^{-\beta_n L_1} & e^{\beta_p L_1} & -e^{-\beta_p L_1} \\ \cdot & \cdot & e^{\beta_p L_1} & -e^{-\beta_p L_1} \\ \cdot & \cdot & e^{\beta_p L_1} & -e^{-\beta_p L_1} \end{pmatrix} \quad 19$$

$$A = \begin{pmatrix} C_{1n} \\ C_{c2n} \\ C_{1p} \\ C_{2p} \end{pmatrix} \quad 20$$

داریم:

$$MA=0 \quad 21$$

در صورتی کلیه جواب ما صفر نخواهد بود که دترمینان ماتریس M صفر شود.

$$\det(M)=0$$

$$\det(M) = -D_n \beta_n e^{\beta_n L_1 - \beta_n L_1 - \beta_p L_1} - D_p \beta_p e^{\beta_p L_1 - \beta_p L_1 - \beta_n L_1} - D_n \beta_n e^{\beta_p L_1 - \beta_p L_1 - \beta_n L_1} - D_p \beta_p e^{\beta_p L_1 - \beta_p L_1 - \beta_n L_1} \quad 2$$

$$+ D_n \beta_n e^{\beta_p L_1 + \beta_n L_1 - \beta_p L_1} - D_p \beta_p e^{\beta_p L_1 + \beta_n L_1 - \beta_p L_1} + D_n \beta_n e^{\beta_p L_1 + \beta_n L_1 + \beta_p L_1} \quad 2$$

$$- D_p \beta_p e^{\beta_p L_1 + \beta_n L_1 + \beta_p L_1} \quad 2$$

معادله فوق بر حسب $\beta_p = 0$ در اعداد طبیعی جواب دارد که بدیهی است. اما در اعداد مختلط دارای جواب های به شکل $\beta_p = ai$ است که با پیدا کردن جواب ها و حل ماتریس بالا ضرایب مجهول بدست خواهند آمد.

معادلات در حالت گذرا:

$$\varepsilon_n \lambda C_n - D_n C_n'' - \frac{(1-t_1)j}{F} = 0 \quad 0 < x < L_1 \quad 23$$

$$\varepsilon_p \lambda C_p - D_p C_p'' + \frac{(1-t_1)j}{F} = 0 \quad 0 < x < L_1$$

جواب ها به صورت:

$$C_n(x) = C_{1n} e^{\beta_n x} + C_{2n} e^{-\beta_n x} + \frac{(1-t_1)j}{F \varepsilon_n \lambda} \quad 24$$

$$C_p(x) = C_{1p} e^{\beta_p x} + C_{2p} e^{-\beta_p x} - \frac{(1-t_1)j}{F \varepsilon_p \lambda}$$

پس جواب های کلی به صورت زیر بدست می آیند:

$$c_1(x, t) = \left(C_{1n} e^{\beta_n x} + C_{2n} e^{-\beta_n x} + \frac{(1-t_1)j}{F \varepsilon_n \lambda} \right) e^{\lambda t} \quad 25$$

$$c_2(x, t) = \left(C_{1p} e^{\beta_p x} + C_{2p} e^{-\beta_p x} - \frac{(1-t_1)j}{F \varepsilon_p \lambda} \right) e^{\lambda t}$$

نتایج شبیه سازی و نتیجه گیری:

پارامترهای استفاده شده در مدل سازی در جدول (۱) و (۲) آمده است.

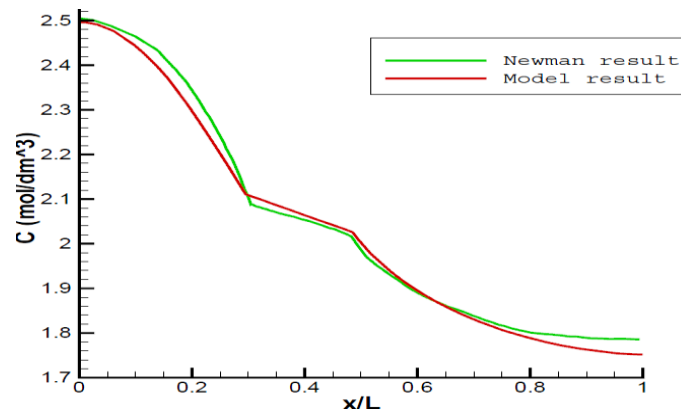
جدول (۱): پارامترهای کلی

پارامتر	مقدار	واحد
L	۱۰۰	μm
t_c	۰.۳۶۳	-
A	۱۰۴۵۲	cm^2
D^{ref}	2.6×10^{-6}	$\frac{cm^2}{s}$
ϵ_n	۰.۳۳۲	-
ϵ_p	۰.۲۸۰	-
J	۱.۷۵	$\frac{mA}{cm^2}$
F	۹۶۴۸۷	$\frac{C}{mol}$

جدول (۲): پارامترهای مربوط به سپراتور و الکترودها:

پارامتر	الکتروود مثبت	سپراتور	الکتروود منفی	واحد
ϵ	۰.۲۸۰	۰.۳۵۷	۰.۳۳۲	-
L	100	65	174	μm

در سال های ۱۹۹۶ تا سال ۲۰۰۳ نیومن و همکارانش [1] بر روی باتری های لیتیوم-یون در آزمایشگاه تحقیقات فراوانی انجام دادند. در اینجا می توان استنباط کرد که در الکتروودهای غلظت هم نسبت به زمان و هم نسبت به مکان بسیار کم می باشد پس قسمت زیادی از فرضیات ما در مورد سپراتور را تایید می نمایید. مدل سازی ارائه شده در زمان های ۵ و ۲۰ دقیقه انجام شده است.

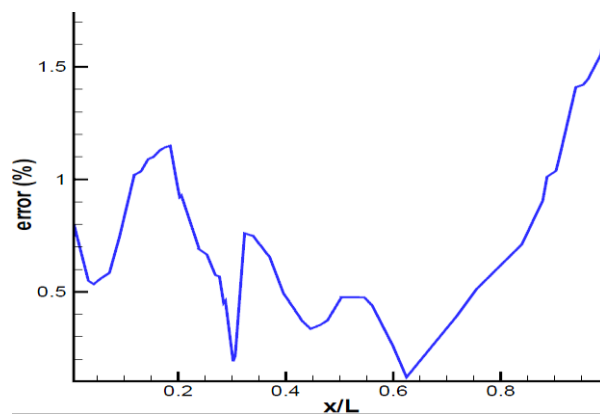


شکل (۴): غلظت نسبت به مکان باتری لیتیوم-یون مدل و نیومن در دقیقه پنجم

شکل (۴) مدل سازی و نتایج نیومن را در زمان ۵ دقیقه نشان می دهد. باتوجه به شکل (۴) می توان گفت:

۱. در ناحیه الکتروود منفی شبیه سازی با داده های آزمایشگاهی نزدیک بوده و بر هم منطبق هستند.
۲. در ناحیه سپراتور تغییرات خطی است.
۳. در ناحیه سپراتور شبیه سازی با داده های تجربی بر هم منطبق هستند.
۴. در الکتروود مثبت ناحیه نزدیک به سپراتور دارای خطای بالا و ناحیه نزدیک به الکتروود منفی، سل بعدی دارای خطای کم است.

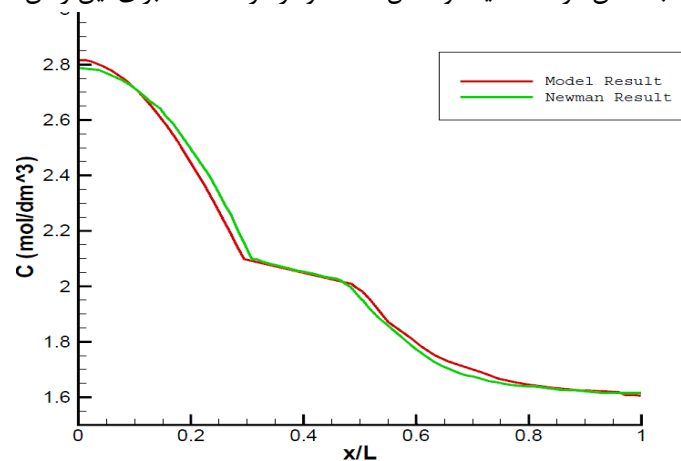
شکل (۵) مقدار درصد خطا برای زمان ۵ دقیقه را نشان می دهد.



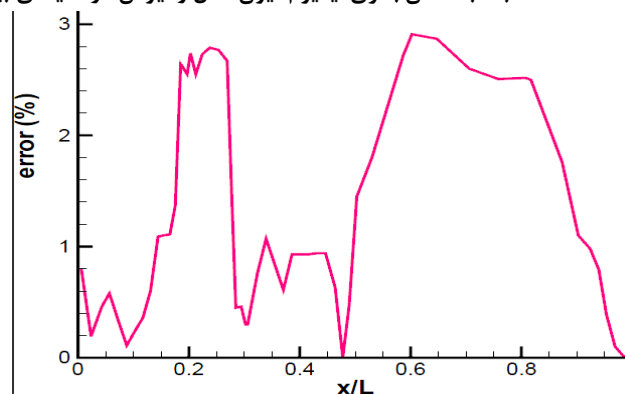
شکل (۵) : درصد خطای باتری لیتیوم-یون مدل در دقیقه پنجم

بیشینه خطا برای قسمت الکترودمنی ۱.۵ درصد، برای قسمت سپراتور ۱ درصد و برای قسمت الکترودم مثبت ۲ درصد می باشد. برای بدست آوردن درصد خطا ابتدا دو نمودار مدل و نتایج نیومن را در یک شکل رسم کرده و سپس نمودار درصد خطا را رسم می نماییم.

شکل (۶) نمودار غلظت نسبت به مکان در ۲۰ دقیقه و شکل (۷) نمودار درصد خطا برای این زمان ۲۰ دقیقه را نشان می دهد.



شکل (۶) : غلظت نسبت به مکان باتری لیتیوم-یون مدل و نیومن در دقیقه بیستم



شکل (۷) : درصد خطای باتری لیتیوم-یون در دقیقه بیستم

در ۲۰ دقیقه مقدار بیشینه خطا در الکترودمنی ۲.۷۵ درصد، در سپراتور ۰.۵ درصد و در الکترودم مثبت ۳ درصد است. با مقایسه درصد خطای زمان های ۵ و ۲۰ دقیقه به نتایج زیر خواهیم رسید:

- با سپری شدن زمان مقدار درصد خطا در الکترودمنی کاهش می یابد.



۲. درصد خطای سپراتور با سپری شدن زمان تغییرات زیادی ندارد.
۳. با سپری شدن زمان مقدار درصد خطا در الکترودم مثبت افزایش می‌یابد.

منابع

- [۱] Marc Doyle and John Newman “Comparison of Modeling Predictions with Experimental Data from Plastic Lithium Ion Cells” J. Electrochem. Soc., Vol. 143, No. 6, June 1996
- [۲] Thomas F. Fuller, Marc Doyle, and John Newman “Simulation and Optimization of the Dual Lithium Ion Insertion Cell” J. Electrochem. Soc., Vol. 141, No. 1, January 1994
- [۳] Marc Doyle, Thomas F. Fuller,* and John Newman” Modeling of Galvanostatic Charge and Discharge of the Lithium/Polymer/Insertion Cell” J. Electrochem. Soc., Vol. 140, No. 6, June 1993
- [۴] W. B. Gu and C. Y. Wang “Thermal-Electrochemical Modeling of Battery Systems” Journal of The Electrochemical Society, 147 (8) 2910-2922 (2000)
- [۵] V. Esfahanian , F. Torabi “ Numerical simulation of lead-acid batteries using Keller–Box method“ Journal of Power Sources 158 (2006) 949–952
- [۶] V. Esfahanian F. Torabi R. Afzali “Engineering Simulation of Lead Acid Cell Characteristics and Processes in Batteries “ISAEST - 8th, Nov. 28-30, 2006
- [۷] محمد حسین کاظمی، مدل سازی و شبیه سازی فرایندهای الکتروشیمیایی باتری‌های لیتیوم-یون، پایان‌نامه کارشناسی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۹۰
- [۸] Vedat S. Arpaci University of Michigan ” CONDUCTION HEAT TRANSFER” ADDISON-WESLEY PUBLISHING COMPANY Reading, Massachusetts . Palo Alto . London - Don Mills, Ontario