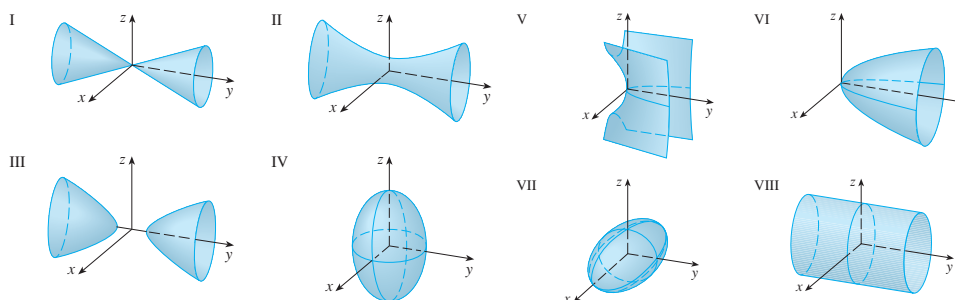


۱. مشخص کنید هر یک از رویه‌های زیر مربوط به کدام یک از معادلات هستند.

$$\begin{array}{cccc} x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 1 & 9x^2 + 4y^2 + z^2 = 1 & x^2 - y^2 + z^2 = 1 & -x^2 + y^2 - z^2 = 1 \\ y = 2x^2 + z^2 & y^2 = x^2 + 2z^2 & x^2 + 2z^2 = 1 & y = x^2 - z^2 \end{array}$$



۲. فرض کنید  $u, v, w$  بردارهایی ناصفر در  $\mathbb{R}^3$  باشند. مشخص کنید کدام یک از احکام زیر درست هستند و کدام نادرست. احکام درست را اثبات و برای احکام نادرست مثال نقض ارائه کنید.

(i) اگر  $u \times v = u \times w$  و  $u \cdot v = u \cdot w$ ، آنگاه نتیجه می‌شود  $v = w$ .  
 (ii)  $u \times (v \times w) = (u \times v) \times w$   
 (iii)  $u \cdot (v \times w) = (u \times v) \cdot w$

۳. تابع  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  را با ضابطه

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{|y| \sin x}{|x| + |y|} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

در نظر بگیرید.

(i) نشان دهید  $f$  در مبدأ پیوسته است.

(ii) تمام جهت‌های یکه  $u = a\mathbf{i} + b\mathbf{j}$  را بیابید که در تساوی  $D_u f(0, 0) = \nabla f(0, 0) \cdot u$  صدق می‌کنند.

۴. رویه  $S$  به معادله  $z = xy - y + 1$  و خم  $C: \mathbf{r}(t) = t\mathbf{i} + (3-t)\mathbf{j} + (4t - t^2 - 2)\mathbf{k}$  واقع بر  $S$  را در نظر بگیرید.

(i) نشان دهید صفحه مماس بر  $S$  در هر نقطه دلخواه از خم  $C$  بر صفحه  $P: x + y + 2z = 0$  عمود است.

(ii) در چه نقاطی از رویه  $S$  صفحه مماس بر  $S$  موازی با صفحه  $P$  است؟

۵. مولفه‌های مماسی و قائم بردار شتاب  $\mathbf{r}(t) = t\mathbf{i} + \cos^2 t\mathbf{j} + \sin^2 t\mathbf{k}$  را پیدا کنید.

۶. اگر بیضی  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  دایره  $x^2 + y^2 = 2y$  را در بر داشته باشد، به ازای چه مقادیری از  $a$  و  $b$  مساحت بیضی مینیمم می‌شود.

۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱۲	۱۲	۱۲	۱۰	۱۰	۱۴

توزیع نمرات