دانشکده برق

گروه کنترل

بسمه تعالی

کنترل بهینه

تمرین سری سوم

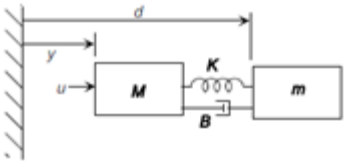
مدرس : دکتر حمید خالوزاده

مهلت تحویل : ۹۵/۰۲/۰۵ ساعت ۲۳

Optimal control of Discrete-time systems

سوال اول) معادلات دو جرم کوپل شده زیر را درنظر بگیرید :

$$M\ddot{y} + B(\dot{y} - \dot{d}) + K(y - d) = u$$
$$m\ddot{d} + B(\dot{d} - \dot{y}) + K(d - y) = 0$$



$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-K}{m} & \frac{-B}{m} & \frac{K}{m} & \frac{B}{m} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K}{M} & \frac{B}{M} & \frac{-K}{M} & \frac{-B}{M} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} u + w$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x + v$$

پارامترهای آن بصورت $B = 0.0036$ $K = 0.091$ $m = 0.1$ $M = 1$, می باشد. $X(0) = [1,1,1,1]^T$

که در آن v و w نویزهای خروجی و فرآیند هستند.

الف) سیستم فوق را با دستور c2d با زمان نمونه برداری مناسب به فرم گسسته در زمان تبدیل کنید.

ب) زمان نمونه برداری را بر اساس چه معیارهایی انتخاب می کنید. (آن ها را ذکر کنید و مناسب ترین زمان نمونه برداری را برای سیستم فوق استفاده کنید).

پ) رویت پذیری و کنترل پذیری سیستم فوق را بررسی کنید .آیا با کنترل کننده LQR می توان سیستم فوق را کنترل کرد؟

ت) معادله ریکاتی گسسته در زمان را برای یافتن کنترل بهینه با افق N=500 حل کنید ($Q = C^T C$, $R = 1$). هر کدام از X_i, K_i, S_i را در یک subplot نسبت به زمان رسم کنید(راهنمایی : تنها عناصر روی قطر اصلی S رسم شود)

ث) تاثیر تغییر هر کدام از پارامترهای N, S_N, Q, R, X(0) را بطور جدا بر روی حالت ها ، گین ها ، S_i ها ، تابع هزینه ، سیگنال کنترل ، تغییرات سیگنال کنترل را با شبیه سازی بررسی کنید. چه افق کنترلی مناسب است که هم رفتار گذرای سیستم را شامل شود وهم زمان محاسباتی را کاهش دهد ؟

ج) با اعمال نویز خروجی و فرآیند به سیستم با واریانس . 0.1, 0.01 , 0.001 توانایی حذف نویز این کنترل کننده را بررسی کنید. آیا این کنترل کننده در حضور نویز رفتار مطلوب و بهینه را دارد؟

چ) کنترل کننده گسسته طراحی شده را روی سیستم پیوسته ببندید و نتایج را با بند (ت) مقایسه کنید.

ح) افق کنترلی را در همان مقدار قبلی ثابت نگه داشته و تاثیر تغییر زمان نمونه برداری در پاسخ ها را بررسی کنید.

خ) مسله فوق را این بار بصورت زیر بهینه با همان شرایط قبلی حل کرده و نتایج را با بند (ت) مقایسه کنید (پاسخ های حل بهینه و حل زیر بهینه را در یک نمودار رسم کنید).

سوال ۲) مدل خطی سازی شده هواپیمای F16 در شرایط نامی و عدم حضور نامعینی بصورت زیر است :

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\alpha\\ q\\ z_1\\ z_2\\ \delta_e\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-1.01887 & 0.90506 & 0.00441 & 0.2663 & -0.00215\\ 0.82225 & -1.07741 & -0.00356 & -0.02152 & -0.17555\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -0.0823 & -0.5737 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -20.2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha\\ q\\ z_1\\ z_2\\ \delta_e\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 20.2\end{bmatrix} u$$

$$y = Cx + v = \begin{bmatrix}15.87875 & 1.48113 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix} x$$

$$Q = C^T C, \quad R = 1, \quad S_N = 100I$$

الف) سیستم فوق را با زمان نمونه برداری مناسب گسسته کنید.

ب) معادله ریکاتی گسسته در زمان را برای یافتن کنترل بهینه با افق N=500 حل کنید. عناصر قطری S_k را رسم کنید.

پ) دنباله K_k , X , U , ΔU را نسبت به زمان رسم کنید.

ت) تاثیر تغییر ماتریس های وزنی Q , R به ازای هر کدام از موارد زیر را روی حالت ها ، گین ها ، S_i ها ، تابع هزینه ، سیگنال کنترل ، تغییرات سیگنال کنترل بررسی کنید. و نتیجه جامعی ارائه دهید.

$$Q = C^T C, \quad R = 1$$

$$Q = 10C^T C, \quad R = 10$$

$$Q = 0, \quad R = 1$$

$$Q = C^T C, \quad R = 0$$

سوال ۳) سیستم غیر خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x_1} = x_2 x_1^2 + x_2 + u$$

$$\dot{x_2} = -x_1^3 - x_1$$

$$y = x_1$$

سیستم گسسته سازی شده با زمان نمونه برداری $Ts = 0.01$ بصورت زیر می باشد:

$$X(k+1) = \begin{bmatrix}1 & (x_1^2(k)+1)Ts\\ (x_1^2(k)+1)Ts & 1\end{bmatrix} X + \begin{bmatrix}Ts\\ 0\end{bmatrix} u$$

$$y(k) = [1 \quad 0]X$$

الف) سیستم گسسته را حول نقطه تعادل خطی سازی کنید.

ب) کنترل کننده LQR را برای سیستم خطی سازی شده طراحی کنید سپس کنترل کننده طراحی شده را روی سیستم غیر خطی گسسته اجرا کنید سپس دنباله حالت ها ، گین ها ، S_i ها را رسم کنید ($Q = diag(0.1, 0.1) \quad R = 1, x_0 = [1 \quad 1]^T$)

پ) برای مسله فوق یک PID طراحی کنید (با معیار دلخواه) و نتیجه اعمال کنترل کننده به سیستم غیر خطی گسسته را با بند (ب) مقایسه کنید.

ت) با اعمال نویز به خروجی و نامعینی به مدل توانایی حذف نویز کنترل کننده های LQR , PID را با هم مقایسه کنید.

ث) کنترل کننده های LQR و PID را از لحاظ حذف اغتشاش ، رفتار حالت گذرا و ماندگار ، مقدار سیگنال کنترلی ، تغییرات سیگنال کنترلی مورد بررسی قرار داده و نتایج جامعی را ارائه دهید.

(توجه شود که تمام بندهای قبل روی سیستم گسسته غیرخطی انجام شود).

ج) کنترل کننده های فوق را روی سیستم غیر خطی پیوسته اجرا کرده و سیگنال کنترل و حالت ها را رسم کنید.

چ) در سیستمی که اشباع عملگر حائز اهمیت است کدام کنترل کننده مناسب تر است؟ چرا؟

ح) مزایا و معایب LQR را نسبت به PID بنویسید.

خ) امتیازی : برای سیستم فوق یک کنترل کننده پیش بین تعمیم یافته (GPC) را طراحی کنید وبا کنترل کننده LQR مقایسه کنید. کنترل کننده GPC چه تفاوت هایی با کنترل کننده LQR دارد. مزایا و معایب هر کدام را ذکر کنید.

سوال۴) سیستم فرآیندی تاخیردار زیر را درنظر بگیرید :

$$G(s)=\frac{e^{-60s}}{(1+40s)(1+25s)}$$

الف) زمان نمونه برداری مناسبی را برای سیستم انتخاب کنید.

ب) سیستم فوق را بر اساس زمان نمونه برداری بدست آمده گسسته سازی کنید.

پ) افق کنترل مناسبی را برای طراحی کنترل کننده انتخاب کنید (بر اساس زمان نشست و تاخیر و ثابت زمانی سیستم)

ت) یک کنترل کننده LQR با ماتریس های وزنی دلخواه ولی مناسب طراحی کنید و به سیستم فوق اعمال کنید.

ث) آیا کنترل کننده LQR برای سیستم های تاخیردار مناسب است؟

سوال ۵) امتیازی

روش LQR را برای سیستم های غیرخطی که ماتریس های آن وابسته به حالت هستند(به فرم سیستم زیر) تعمیم دهید . اثبات و روابط کامل آن را بنویسید.

$$\begin{cases} x_{k+1}=A(x_k)x_k+B(x_k)u_k \\ y_k=Cx_k \end{cases}$$

$$J(x_k,u_k)=\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{N}(x_k^TQ_kx_k+u_k^TR_ku_k)$$

سوالات مربوط به هر گروه :

مسائل زیر از فصل دوم کتاب optimal control , Lewis , 3rd edition را حل کنید.

گروه A: دانشجویانی که حرف اول نام خانوادگی آن ها از الف تا خ می باشد.	گروه B : دانشجویانی که حرف اول نام خانوادگی آن ها از خ تا ی می باشد.
2. 3-1 , 2.2-8 , 2.2-7 , 2.2-5 , 2.2-4 , 2.1-1 2.4-1 ,	2.1-2 , 2.2-2 , 2.2-5 , 2.2-6 , 2.2-8 ,2.3-1 , 2.4- 2

لطفا به موارد زیر دقت فرمایید:

- ✓ تمرین هارا در زمان مقرر به آدرس optimalcontrol94@gmail.com ارسال نمایید.
- ✓ از کدهای آماده متلب برای طراحی کنترل کننده ها استفاده نکنید.
- ✓ نمره این سری تمرین دو برابر سری های قبل است.
- ✓ گزارش های این درس بصورت گروهی نبوده و در صورت مشاهده گزارش مشابه ، نمره ایی تعلق نخواهد گرفت.
- ✓ حتما به موعد تحویل تمرین ها دقت نمایید (به ازای هر روز تاخیر ۲۰ درصد از نمره کم خواهد شد).
- ✓ این سری تمرین باید بصورت فایل تایپی بصورت zip حداکثر تا حجم 10 MB باشد.تمرینات بصورت دستی تحویل گرفته نمی شود.
- ✓ ارسال کد شبیه سازی همراه فایل الزامی است در غیر این صورت نمره ی سوال صفر در نظر گرفته می شود.
- ✓ سعی کنید در هر بخش نتیجه گیری مناسب و کاملی از تحلیل خود داشته باشید.
- ✓ ملاک ارزیابی هر گزارش تعداد صفحات آن نیست بلکه کیفیت آن است ونیز تحلیل شبیه سازی ها بیشتر از خود شبیه سازی ها اهمیت دارد.
- ✓ برای رفع اشکال روزهای یکشنبه و سه شنبه به آزمایشگاه شناسایی سیستم مراجعه فرمایید.

موفق باشید

رحمانی