دانشکده برق

گروه کنترل

بسمه تعالی

کنترل بهینه

تمرین سری چهارم

مدرس : دکتر حمید خالوزاده

مهلت تحویل ۹۵/۰۲/۲۸ ساعت ۲۳

Optimal control of continuous-time systems

سوال۱) مدل خطی سازی شده هواپیمای F16 در شرایط نامی و عدم حضور نامعینی بصورت زیر است :

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\alpha\\ q\\ z_1\\ z_2\\ \delta_e\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-1.01887 & 0.90506 & 0.00441 & 0.2663 & -0.00215\\ 0.82225 & -1.07741 & -0.00356 & -0.02152 & -0.17555\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -0.0823 & -0.5737 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -20.2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha\\ q\\ z_1\\ z_2\\ \delta_e\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 20.2\end{bmatrix}u$$

$$y = Cx + v = \begin{bmatrix}15.87875 & 1.48113 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}x$$

$$Q = C^T C, \quad R = 1, \quad S_N = 100I$$

الف) حالت های سیستم را به گونه ایی رگوله کنید که شرایط زیر برقرار شود(fixed final state):

$$\begin{bmatrix}X_1(T)\\ X_2(T)\\ X_3(T)\\ X_4(T)\\ X_5(T)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-1\\ 1\\ 1\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$$

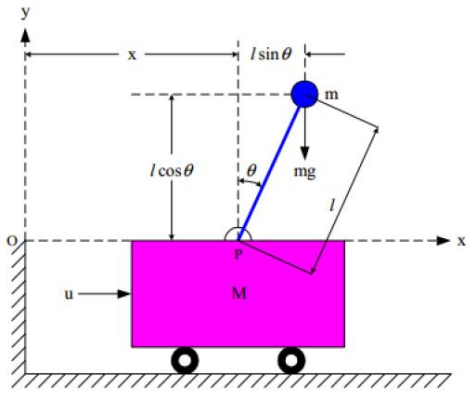
سپس دنباله ΔU , U , X , K را نسبت به زمان رسم کنید.

ب) مسئله فوق را بصورت free final state حل کنید . سپس برای سیستم فوق یک کنترل کننده LQR گسسته طراحی کنید و به سیستم پیوسته اعمال کنید (مشابه سوال ۳ تمرین سری سوم) و حالت های آن را با LQR پیوسته مقایسه کنید.

ج) باتوجه به روابط مربوط به LQR پیوسته و گسسته بررسی کنید که چرا در حالت زمان پیوسته کنترل کننده dead-beat نداریم؟ این نتیجه را با شبیه سازی نشان دهید. (راهنمایی: با نزدیک شدن R به صفر به کنترل کننده dead- beat خواهیم رسید)

سوال ۲)

آونگ معکوس زیر را در نظر بگیرید:



معادلات دینامیکی آن بصورت زیر است :

$$(M+m)\ddot{x} - mL\sin\theta\dot{\theta}^2 + mL\cos\theta\ddot{\theta} = u$$

$$m\ddot{x}\cos\theta + mL\ddot{\theta} = mg\sin\theta$$

$$M = 2.5kg \quad m = 0.23kg \quad L = 0.36 \quad L = \pm 0.5 \quad g = 9.81$$

زاویه پاندول و موقعیت ارابه را به عنوان متغیرهای خروجی در نظر بگیرید و معادلات فضای حالت خطی سازی شده را حول نقطه تعادل ناپایدار بدست آورید.

تابع هزینه ایی که کنترل کننده برمبنای آن طراحی می شود به صورت زیر تعریف می شود:

$$J = \int (x^T Q x + u^T R u)dt$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ x \\ \dot{x} \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 250 \end{bmatrix}, \quad R = 1$$

در تمامی مراحل فرض بر این است که تمامی متغیرهای حالت در دسترس بوده و قابل اندازه گیری می باشند.

تمامی مراحل زیر را بر روی سیستم غیرخطی اجرا کنید.

الف) کنترل کننده LQR را طراحی کرده و بر روی سیستم اعمال کنید.

ب) کنترل کننده LQR را بصورت زیر بهینه[۱] طراحی کرده و و با قسمت (الف) مقایسه کنید (در یک subplot رسم کنید).

پ- امتیازی) با استفاده از کنترل کننده PID موقعیت ارابه و زاویه پاندول را کنترل کنید و با قسمت (الف) مقایسه کنید.

ت- امتیازی) PID را با LQR از لحاظ توانایی حذف نویزهای فرآیند و خروجی ، دامنه سیگنال کنترلی و تغییرات سیگنال کنترلی مقایسه کنید.

---

[۱] suboptimal

سوال ۳) امتیازی

روش LQR را برای سیستم های غیرخطی که ماتریس های آن وابسته به حالت هستند(به فرم سیستم زیر) تعمیم دهید . اثبات و روابط کامل آن را بنویسید.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(x(t))x(t) + B(x(t))u(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

$$J(x_k, u_k) = \frac{1}{2}x^T(T)S(T)x(T) + \frac{1}{2}\int_{t0}^{T}(x^TQx + u^TRu)dt$$

سوالات مربوط به هر گروه :

مسائل زیر از فصل سوم کتاب optimal control , Lewis , 3rd edition را حل کنید.

گروه A: دانشجویانی که حرف اول نام خانوادگی آن ها از الف تا خ می باشد.	گروه B : دانشجویانی که حرف اول نام خانوادگی آن ها از خ تا ی می باشد.
3.2-2 , 3.2-4 , 3.2-8 , 3.3-2 , 3.4-2	3.2-2 , 3.2-5 ,3.3-1 ,3.3-3 ,3.4-2

لطفا به موارد زیر دقت فرمایید:

- ✓ تمرین هارا در زمان مقرر به آدرس optimalcontrol94@gmail.com ارسال نمایید.
- ✓ از کدهای آماده متلب برای طراحی کنترل کننده ها استفاده نکنید.
- ✓ گزارش های این درس بصورت گروهی نبوده و در صورت مشاهده گزارش مشابه ، نمره ایی تعلق نخواهد گرفت.
- ✓ حتما به موعد تحویل تمرین ها دقت نمایید (به ازای هر روز تاخیر ۲۰ درصد از نمره کسر خواهد شد).
- ✓ این سری تمرین باید بصورت فایل تایپی بصورت zip حداکثر تا حجم 10 MB باشد.تمرینات بصورت دستی تحویل گرفته نمی شود.
- ✓ ارسال کد شبیه سازی همراه فایل الزامی است در غیر این صورت نمره ی سوال صفر در نظر گرفته می شود.
- ✓ سعی کنید در هر بخش نتیجه گیری مناسب و کاملی از تحلیل خود داشته باشید.
- ✓ ملاک ارزیابی هر گزارش تعداد صفحات آن نیست بلکه کیفیت آن است ونیز تحلیل شبیه سازی ها بیشتر از خود شبیه سازی ها اهمیت دارد.
- ✓ برای رفع اشکال روزهای یکشنبه و سه شنبه به آزمایشگاه شناسایی سیستم مراجعه فرمایید.

موفق باشید

رحمانی