دانشکده برق

گروه کنترل

مهلت تحویل ۹۵/۰۴/۱۵ ساعت ۲۳

بسمه تعالی

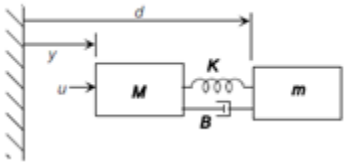
کنترل بهینه

تمرینات سری پنجم

مدرس : دکتر حمید خالوزاده

LQ-tracker and LQG (Continuous-time and discrete-time systems)

سوال ۱) معادلات دو جرم کوپل شده زیر را درنظر بگیرید :



$$M\ddot{y}+B(\dot{y}-\dot{d})+K(y-d)=u$$
$$m\ddot{d}+B(\dot{d}-\dot{y})+K(d-y)=0$$

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ \frac{-K}{m} & \frac{-B}{m} & \frac{K}{m} & \frac{B}{m}\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ \frac{K}{M} & \frac{B}{M} & \frac{-K}{M} & \frac{-B}{M}\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\\frac{1}{M}\end{bmatrix}u$$
$$y=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}x$$

پارامترهای آن بصورت $B=0.0036$ $K=0.091$ $m=0.1$ $M=1,$ می باشد. $X(0)=[1,1,1,1]^T$
می خواهیم خروجی این سیستم ورودی پالسی با زمان تناوب 50s و دامنه [0,1] را دنبال کند.

پارامترهای کنترل کننده : $N=500$ $R=1$ $Q=C^TC,$

الف) یک کنترل کننده LQ پیوسته برای ردیابی ورودی پالسی طراحی کنید . هر کدام از S_i, K_i, X_i را در یک subplot نسبت به زمان رسم کنید(راهنمایی : تنها عناصر روی قطر اصلی S رسم شود) .

ب) سیستم را با زمان نمونه برداری 0.4 گسسته کنید و سپس یک کنترل کننده LQ گسسته برای ردیابی ورودی پالسی فوق طراحی کنید .هر کدام از S_i, K_i, X_i را در یک subplot نسبت به زمان رسم کنید.

پ) تاثیر تغییر $\frac{Q}{R}$ را روی پاسخ های سیستم بررسی کنید.

ج) کنترل کننده LQ زیربهینه[1] (پیوسته و گسسته) را برای ردیابی پالس فوق طراحی کنید(با همان شرایط قبلی) و نتایج را با قسمت های قبل مقایسه کنید.

سوال ۲) سیستم سوال اول را در نظر بگیرید و نویز خروجی و نویز فرایندی را به مدل اضافه کنید :

$$\dot{x} = Ax + Bu + W$$
$$y = Cx + V$$

$$W \sim (0, \tilde{Q}) \quad V \sim (0, \tilde{R})$$
$$\tilde{Q} = E[WW^T] \quad \tilde{R} = E[VV^T]$$
$$E[VW^T] = 0, \quad E[x(0)W^T] = 0, \quad E[x(0)V^T] = 0$$

که در آن $\tilde{Q}$ و $\tilde{R}$ ماتریس های کواریانس نویز ها می باشند.

الف) یک کنترل کننده LQG را طراحی کنید و به سیستم اعمال کنید ($Q = C^T C, \quad R = 1$) .نمودار حالت ها و گین کنترل کننده و گین رویتگر را برای نویزهای مختلف با واریانس 0.1 , 0.01 رسم کنید.

ب) شرایط اولیه حالت های تخمینی را تغییر دهید ونتایج را گزارش کنید.

ج) کنترل کننده ها ی LQG , LQR در حضور نویز و نامعینی باهم مقایسه کنید. کدامیک بهتر عمل می کنند؟

سوالات امتیازی :

سوال ۳)

برای سیستم سوال اول با فرض اینکه حالت های سیستم در دسترس نیستند یک ردیاب[2] LQG (پیوسته یا گسسته) برای ردیابی وروی پالسی مذکور طراحی کنید (با همان شرایط قبلی)

[1] Suboptimal
[2] tracker

سوال ۴)

سیستم گسسته زیر را در نظر بگیرید: ($Ts = 0.01$)

$$X(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & (x_1^2(k)+1)Ts \\ (x_1^2(k)+1)Ts & 1 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} Ts \\ 0 \end{bmatrix} u$$
$$y(k) = [1 \quad 0]X$$

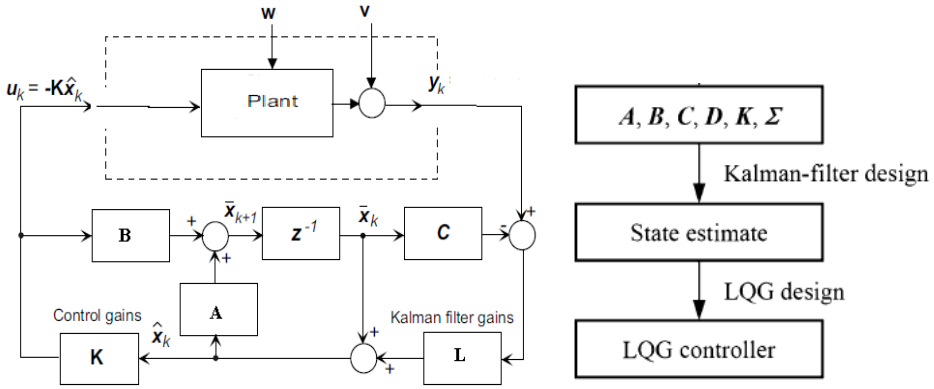
الف) سیستم گسسته را حول نقطه تعادل خطی سازی کنید.

ب) کنترل کننده (رگولاتور) LQG را برای سیستم خطی سازی شده طراحی کنید سپس کنترل کننده طراحی شده را روی سیستم غیر خطی گسسته اجرا کنید سپس دنباله حالت ها ، گین ها ، S_i ها را رسم کنید ($Q = diag(0.1, 0.1) \quad R = 1, x_0 = [1 \quad 1]^T$)

ج) قسمت قبل را این بار با ردیاب LQG جهت ردیابی سیگنال پالسی مسله اول طراحی نمایید.

راهنمایی :

چنانچه در مسله LQR حالت های سیستم در دسترس نباشند می توان به وسیله یک تخمینگر بهینه (فیلتر کالمن) حالت های سیستم را تخمین زد مسله و LQ را براساس این حالت ها ی تخمینی حل کرد. کنترل کننده ایی که با این ترکیب طراحی می شود LQG نامیده می شود.



سوالات مربوط به هر گروه :

مسائل زیر از فصل چهارم کتاب optimal control , Lewis , 3rd edition را حل کنید.

گروه A: دانشجویانی که حرف اول نام خانوادگی آن ها از الف تا خ می باشد.	گروه B : دانشجویانی که حرف اول نام خانوادگی آن ها از خ تا ی می باشد.
4.1-1 , 4.2-2 , 4.5-1 , 4.4-2	4.1-1 , 4.2-1 , 4.4-1 , 4.5-2 ,

لطفا به موارد زیر دقت فرمایید:

- ✓ تمرین هارا در زمان مقرر به آدرس optimalcontrol94@gmail.com ارسال نمایید.
- ✓ از کدهای آماده متلب برای طراحی کنترل کننده ها استفاده نکنید.
- ✓ نمره این سری تمرین برابر نمره سری سوم است.
- ✓ گزارش های این درس بصورت گروهی نبوده و در صورت مشاهده گزارش مشابه ، نمره ایی تعلق نخواهد گرفت.
- ✓ حتما به موعد تحویل تمرین ها دقت نمایید (به ازای هر روز تاخیر ۲۰ درصد از نمره کم خواهد شد).
- ✓ این سری تمرین باید بصورت فایل تایپی بصورت zip حداکثر تا حجم 10 MB باشد.تمرینات بصورت دستی تحویل گرفته نمی شود.
- ✓ ارسال کد شبیه سازی همراه فایل الزامی است در غیر این صورت نمره ی سوال صفر در نظر گرفته می شود.
- ✓ سعی کنید در هر بخش نتیجه گیری مناسب وکاملی از تحلیل خود داشته باشید.
- ✓ ملاک ارزیابی هر گزارش تعداد صفحات آن نیست بلکه کیفیت آن است ونیز تحلیل شبیه سازی ها بیشتر از خود شبیه سازی ها اهمیت دارد.
- ✓ برای رفع اشکال روزهای یکشنبه و سه شنبه به آزمایشگاه شناسایی سیستم مراجعه فرمایید.

موفق باشید

رحمانی