

# تمرینات سری چهارم درس بهینه‌سازی خطی

استاد درس: آقای دکتر پیغامی

تاریخ تحویل: ۹۵/۹/۱

۱. برنامه خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \min \quad & -x_1 - 2x_2 + x_3 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 6 \\ & 2x_2 - x_3 \leq 3 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

الف- جواب بهینه را محاسبه کنید.  
ب- در هر تکرار روش سیمپلکس،  $B$ ،  $N$ ،  $B^{-1}$ ،  $B^{-1}N$  و  $C_B^T B^{-1}$  را محاسبه کنید.

۲. مساله زیر را به هر دو روش  $M$  - بزرگ و دو فازی حل کنید:

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 - 3x_2 + x_3 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 5 \\ & -3x_1 - x_2 + x_3 \leq 4 \\ & x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

۳. جدولی از یک مساله استاندارد به صورت زیر بدست آمده است، که در آن  $x_3$ ،  $x_4$  و  $x_5$  پایه‌ای هستند:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	RHS
-1	$\epsilon$	1	0	0	4
$\alpha$	-4	0	1	0	1
$\gamma$	3	0	0	1	$\beta$
$\bar{c}_j$	$\delta$	-2	0	0	$Z=10$

در جدول فوق  $\alpha, \beta, \epsilon, \delta, \gamma$  پارامترهای نامعلومند. در هر یک از حالات زیر، مقدار پارامترها را به گونه‌ای بیابید که گزاره درست باشد.

الف- جواب فعلی بهینه است و جواب‌های بهینه‌ی چندگانه وجود دارد.

ب- هزینه بهینه  $-\infty$  است.

ج- جواب فعلی شدنی است ولی بهینه نیست.

۴. جدول آغازین و جدول جاری مساله مفروضی به ترتیب زیر آمده است. مقادیر مجهولات را بیابید.

جدول آغازین:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	RHS
b	c	d	1	0	6
-1	2	e	0	1	1
$\bar{c}_j$	a	-1	3	0	$Z=0$

جدول جاری:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	RHS
g	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	f
h	i	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1	3
$\bar{c}_j$	0	$\frac{1}{3}$	j	k	$Z=-4$

۵. مساله‌ی  $P$  را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \min \quad & 5x_2 \\ \text{s.t.} \quad & -2x_2 \geq 0 \\ & x_1 + 4x_2 \geq 3 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

الف- جواب بهینه‌ی این مساله را به دست آورید.

ب- دوگان این مساله را بنویسید و جواب بهینه‌ی آن را به دست آورید.

ج- مساله‌ی اولیه و دوگان چه ویژگی‌های خاصی دارند.