

تمرینات سری ششم درس بهینه‌سازی خطی

استاد درس: آقای دکتر پیغامی

تاریخ تحویل: ۹۵/۹/۲۲

۱. مساله‌ی برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{array}{ll} \min & -3x_1 - 13x_2 - 13x_3 \\ \text{s.t.} & x_1 + x_2 \leq 7, \\ & x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 15, \\ & 2x_1 + 3x_3 \leq 9, \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{array}$$

الف- جواب بهینه‌ی متناظر با متغیرهای پایه‌ای x_1 ، x_2 و x_3 را به همراه جدول بهینه‌ی مربوطه بیابید.

ب- اگر متغیر جدید x_4 با ضریب -5 و $c_4 = -5$ و ستون $a_4 = (2, -1, 5)^T$ به مساله اضافه شود، جواب بهینه چه تغییری می‌کند؟

پ- اگر قید جدید $10 \leq x_1 - x_2 + 2x_3$ به مساله اضافه شود، جواب بهینه چه تغییری می‌کند؟

۲. مساله‌ی برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{array}{ll} \min & x_1 + \frac{3}{4}x_2 + 3x_3 \\ \text{s.t.} & x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 6, \\ & x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 10, \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{array}$$

الف- مساله را از روش M بزرگ حل کنید.

ب- فرض کنید بردار طرف راست از $b = (6, 10)^T$ به $b = (6 + \epsilon, 10 - 2\epsilon)^T$ تغییر یابد. حدود ϵ را طوری تعیین کنید که جدول بهینه‌ی مساله‌ی فوق هم چنان بهینه باشد.

پ- اگر ضریب تابع هدف مساله از $c = (1, \frac{3}{4}, 3)^T$ به $c = (-1, 2, 1)^T$ تغییر یابد، جواب بهینه مساله جدید را به دست آورید.

۳. جدول بهینه‌ی یک مساله می‌نیم سازی به شکل زیر است: (x_4, x_5, x_6 متغیرهای کمکی هستند).

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RHS
x_1	1	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	0	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
x_5	0	2	0	0	1	1	6
x_3	0	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{13}{3}$
\bar{c}_j	0	4	0	1	0	2	

الف- $\frac{\partial z}{\partial x_i}$ ($1 \leq i \leq 6$) را محاسبه کنید.

ب- $\frac{\partial x_1}{\partial x_2}$ ، $\frac{\partial x_5}{\partial x_2}$ و $\frac{\partial x_6}{\partial x_2}$ را محاسبه کنید.

پ- $\frac{\partial z}{\partial b_i}$ ($1 \leq i \leq 3$) را محاسبه کنید.

ت- $\frac{\partial x_1}{\partial b_1}$ ، $\frac{\partial x_5}{\partial b_1}$ ، $\frac{\partial x_6}{\partial b_1}$ و $\frac{\partial b_2}{\partial b_1}$ را محاسبه کنید.

۴. با روش سیمپلکس دوگان مساله‌ی برنامه‌ریزی خطی زیر را حل کنید.

$$\begin{aligned} \min \quad & 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \geq 2, \\ & -x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 \leq -3, \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{aligned}$$

۵. در زیر جدول جاری سیمپلکس مساله‌ی ماکزیم سازی مفروض آمده است. تابع $\max 2x_1 - 3x_2$ است و متغیرهای کمکی x_3 و x_4 هستند و محدودیت‌ها از نوع \leq می‌باشند.

	x_1	x_2	x_3	x_4	RHS
x_3	c	0	1	$\frac{1}{5}$	4
x_1	d	e	0	2	a
\bar{c}_j	b	-1	f	g	$z^* = 6$

الف- مجهولات a تا g را پیدا کنید.

ب- B^{-1} را بیابید.

پ- $\frac{\partial x_1}{\partial b_1}$ ، $\frac{\partial z}{\partial b_1}$ ، $\frac{\partial z}{\partial x_2}$ و $\frac{\partial x_3}{\partial b_2}$ را پیدا کنید.

ت- آیا این جدول بهینه است؟